Департамент образования и науки города Москвы
Государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования города Москвы
«Московский городской педагогический университет»

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ НА ПРОГРАММЫ БАКАЛАВРИАТА / СПЕЦИАЛИТЕТА

«Математика»

Москва
2025

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного испытания составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Экзамен проводится **в письменной форме, дистанционно.** Продолжительность экзамена составляет **3 часа 55 минут (235 минут).**

Каждый из вариантов экзаменационной работы состоит из 3 частей.

Часть 1 содержит четыре тестовых задания с выбором ответа, направленных на проверку основных вычислительных навыков с применением свойств элементарных функций и базовых формул школьного курса математики.

Часть 2 содержит шесть тестовых заданий с записью ответа. Это задания на преобразование алгебраических выражений, текстовые задачи, задачи по планиметрии и стереометрии, задачи на исследование свойств функций с помощью производной. Выполнив задание, абитуриент записывает ответ (целое число или конечную десятичную дробь.

Часть 3 содержит три задания повышенной сложности. На проверку должно быть представлено полное, подробное и обоснованное решение этих заданий.

На экзамене по математике поступающий в высшее учебное заведение должен показать:

1. Четкое знание математических понятий, формул и теорем, предусмотренных программой.
2. Умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении с использованием соответствующей символики.
3. Уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, применительно к решению задач.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Максимальная оценка за экзамен – 100 баллов.

Баллы, набранные абитуриентом за успешно выполненные задания, суммируются.

Номера заданий	**Тип задания**	**Максимальное количество баллов за каждое задание**	**Возможное выставление балла при частичном выполнении задания**
	Часть 1		
1-4	Задания с выбором одного верного ответа	4	Не предусмотрено
	Часть 2		
5-10	Задания с записью ответа	8	Не предусмотрено
	Часть 3		
11	Уравнение	12	Арифметическая ошибка – 8 баллов; логическая ошибка – 4 балла; задача не решена - 0 баллов.
12	Задача по стереометрии	12	Арифметическая ошибка – 8 баллов; логическая ошибка – 4 балла; задача не решена - 0 баллов.
13	Задача с параметром	12	Арифметическая ошибка – 8 баллов; логическая ошибка – 4 балла; задача не решена - 0 баллов.

Оценка на письменном экзамене по математике выставляется членами предметной комиссии по стобалльной шкале. В пятибалльную оценка не переводится, однако, для примерной ориентировки в результатах экзамена можно пользоваться следующей шкалой перевода:

Оценки по стобалльной шкале	0-44	45-60	61-80	81-100
Оценки по пятибалльной шкале	2	3	4	5

Абитуриент, набравший по итогам экзамена количество баллов, которое ниже минимальных баллов, установленных Университетом, считается не сдавшим вступительное испытание и выбывает из участия в конкурсе.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Арифметика. Алгебра и начала математического анализа

1. Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа. Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение, деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа. Их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на координатной (числовой) прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Одночлены и многочлены.
8. Многочлены с одной переменной. Корни многочленов второй степени.
9. Степени с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень натуральной степени.
10. Логарифмы и их свойства.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Область значений. Функция, обратная данной.
12. График функции. Возрастание и убывание функции. Периодичность, чётность, нечётность.
13. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$, $y = k / x$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg}\, x$), арифметического квадратного корня $y = \sqrt{x}$.
14. Уравнения. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
15. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
16. Системы уравнений и неравенств. Решение систем. Понятие о равносильных системах уравнений и неравенств.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n-го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формулы n-го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
18. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
19. Формулы приведения.
20. Формулы двойного аргумента.
21. Решение тригонометрических уравнений.
22. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
23. Формулы преобразования сумм вида $\sin x + \sin y$, $\sin x - \sin y$, $\cos x + \cos y$, $\cos x - \cos y$ в произведение.
24. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Правила нахождения производной суммы, произведения, композиции функций.
25. Производные функций $y = x^n$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg}\, x$, $y = a^x$.
26. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые.
2. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
4. Равенство треугольников. Признаки равенства треугольников.
5. Подобие треугольников, коэффициент подобия, признаки подобия треугольников, свойство отношения площадей подобных треугольников.
6. Симметрия: осевая и центральная. Свойства симметрии.

7. Векторы. Операции над векторами.
8. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
9. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора.
10. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция и их свойства.
11. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы.
12. Вписанные в окружность и описанные вокруг окружности треугольники и четырёхугольники.
13. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
14. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
15. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
16. Параллельность прямой и плоскости.
17. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
18. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
19. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали.
20. Прямая и наклонная призма; пирамида. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
21. Тела вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
22. Формула площади поверхности и объема параллелепипеда.
23. Формулы площади поверхности и объема призмы.
24. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
25. Формулы площади поверхности и объема конуса.

26. Формулы объема шара.
27. Формулы площади сферы.
28. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

Экзаменующийся должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные выражения, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и основных тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.
8. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, скалярное произведение векторов) и пользоваться свойствами этих операций.

9. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

ПРИМЕРЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

задания с выбором ответа

1. Вычислите $(765^2 - 754^2) : 1519$.

Варианты ответа: а) 1,1; б) 0,08; в) 0,007; г) 11.

2. Решите уравнение $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Какое из чисел содержится во множестве решений данного уравнения?

Варианты ответа: а) $\frac{5\pi}{3}$; б) $\frac{4\pi}{3}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $\frac{7\pi}{3}$.

3. Вычислите $\log_{25} \sqrt[5]{5}$

Варианты ответа: а) 5; б) 0,1; в) 0,4; г) 25.

4. Найдите $\frac{13^{169}}{13^{167}} - 13$.

Варианты ответа: а) 2; б) 13; в) 156; г) 26.

задания с записью ответа

1. Решите уравнение: $(2,5)^{1-4x} = (\frac{5}{2})^{4-2x}$.

2. Решите неравенство: $\log_2(2x - 4) < 3$. В ответе укажите количество целых чисел, удовлетворяющих этому неравенству.

3. Валя и Галя вместе лепят пельмени за 35 минут, а одна Галя – за 60 минут. За сколько минут лепит пельмени одна Валя?

4. Найдите точку максимума функции $y = (x - 3)^2 e^{x-2}$.

5. Найдите площадь равнобедренной трапеции $ABCD$, если основания $AD = 26, BC = 20$, а диагонали BD и AC перпендикулярны.

6. Радиус основания цилиндра равен 4. Найдите отношение объема цилиндра к площади его боковой поверхности.

задания с записью решения

1. Решите уравнение

$$2 \cdot \cos(2x) + cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 10 \cdot cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) - \frac{1}{2}\cos(x) + \frac{7}{2} = 0.$$

2. В трапецию *ABCD* вписана окружность, которая касается боковой стороны *AB* в точке *E*. Найдите площадь трапеции, если *AE* = 9, *BE* = 4, *BC* = 6.

3. Найдите все значения параметра *a*, при которых неравенство $\left(x-\frac{1}{2}\right) log_{\frac{1}{3}} a - x^2 > 0$ не выполняется ни при каких *x*.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атанасян Л.С. Геометрия. 7-9 классы. Учебник. ФГОС / Л.С. Атанасян, Э.Г. Поздняк, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев / 12-е изд. М.: Просвещение, 2021. 383 с.

2. Атанасян Л.С. Геометрия. 10-11 кл. Учебник. Базовый и углубленный уровни. ФГОС / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. / 9-е изд. М.: Просвещение, 2021. 287 с.

3. Башмаков М.И. Математика: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков / 7-е изд., стер. М.: Академия, 2020. 256 с.

3. Дорофеев Г.В. Математика для поступающих в вузы: учебное пособие / Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов. М.: Дрофа, 2007. 666 с.

4. Дорофеев Г.В. ЕГЭ-2022. Математика. Профильный уровень / Г.В. Дорофеев, С.В. Пчелинцев, Е.А. Седова, С.А. Шестаков. М.: Эксмо-Пресс, 2021. 288 с.

5. Мордкович А.Г. Математика. Алгебра. 10 класс. Учебник. В 2-х частях. Базовый и углубленный уровень. ФГОС / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. М.: Мнемозина, 2021. 806 с.

6. Мордкович А.Г. Алгебра и начала мат. анализа. 11 класс. Учебник. В 2-х частях. Базовый и углубленный уровни. ФГОС/ А.Г. Мордкович, Л.И. Звавич, П.В. Семенов, Л.О. Денищева. М.: Мнемозина, 2021. 583 с.

7. Нестеренко Ю.В. Задачи вступительных экзаменов по математике / Ю.В. Нестеренко, С.Н. Олехник, М.К. Потапов. – М.: Физматлит, 2003. 629 с.

8. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. образоват. учреждений сред.проф. образов / И.Д. Пехлецкий. М.: Академия, 2015.

9. Погорелов А.В. Геометрия. 7-9 классы. Учебник. / А.В. Погорелов / 10-е изд. М.: Просвещение, 2021. 240 с.

10. Погорелов А.В. Геометрия. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровни. ФП. ФГОС / А.В. Погорелов / 17-е изд. М.: Просвещение, 2021. 175 с.

11. Сканави М.И. Сборник задач по математике для поступающих в вузы / М.И. Сканави, В.К. Егерев, В.В. Зайцев. М.: АСТ, 2021. 608 с.

12. Стойлова Л.П. и др. Математика. Сборник задач: учеб. Пособие для студ. учреждений высш. проф. образования / Л.П. Стойлова и др. М.: Академия, 2012. 240 с.

13. Ященко И.В. ЕГЭ 2025 Математика. 4000 задач. Базовый и профильный уровни. Все задания. Закрытый сегмент / И.В. Ященко, А.В. Забелин, И.Р. Высоцкий. М.: Экзамен, 2025. 654 с.

14. Ященко И.В. ЕГЭ 2022 Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты. 10 вариантов / И.В. Ященко, Е.А. Коновалов, И.Р. Высоцкий. М.: Национальное образование, 2021. 80 с.

15. Ященко И.В. ЕГЭ 2022 Математика. Базовый уровень. Типовые экзаменационные варианты. 30 вариантов / И.В. Ященко, Е.А. Коновалов, И.Р. Высоцкий. М.: Национальное образование, 2022. 192 с.