Департамент образования города Москвы

**Государственное автономное образовательное учреждение**

**высшего образования города Москвы**

**«Московский городской педагогический университет»**

**Институт педагогики и психологии образования**

кафедра математики и информатики и естественнонаучных дисциплин

дошкольного и начального образования

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО МОДУЛЮ**

«Теоретические основы начального курса математики»

Направление подготовки /специальность

44.03.05 Педагогическое образование

Профиль подготовки

Начальное образование

**Москва**

**2016**

**1.Паспорт фонда оценочных средств по модулю «**Теоретические основы начального курса математики**»**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование трудового действия[[1]](#footnote-1)** | **Виды учебной деятельности[[2]](#footnote-2)** | **Оценочные средства** |
| Формирование конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики | Математика и логика | Выполнение контрольных заданий. Ответы на вопросы для обсуждения. |
| Элементы геометрии в начальной школе | Выполнение контрольных заданий. Ответы на вопросы для обсуждения. |
| Формирование у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью, в частности формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом, оценивать возможный результат моделирования (например вычисления) | Математика и логика | Выполнение контрольных заданий. Ответы на вопросы для обсуждения.  Анализ предметно-практических ситуаций (разбор примеров заданий из курса младшей школы). |
| Элементы геометрии в начальной школе | Выполнение контрольных заданий. Ответы на вопросы для обсуждения.  Анализ предметно-практических ситуаций (разбор примеров заданий из курса младшей школы). |
| Развитие инициативы у обучающихся по использованию математики | Математика и логика | Подготовка фрагмента конспекта урока с использованием презентации. |
| Элементы геометрии в начальной школе | Подготовка фрагмента урока с использованием презентации. |
| Содействие формированию у обучающихся позитивных эмоций от математической деятельности, в том числе от нахождения ошибки в своих построениях как источника улучшения и нового понимания | Математика и логика | Анализ предметно-практических ситуаций. |
| Элементы геометрии в начальной школе | Анализ предметно-практических ситуаций. |
| Формирование способности преодолевать интеллектуальные трудности, решать принципиально новые задачи, проявлять уважение к интеллектуальному труду и его результатам | Математика и логика | Подготовка фрагмента урока с использованием презентации.  Анализ предметно-практических ситуаций. |
| Элементы геометрии в начальной школе | Анализ предметно-практических ситуаций. |

**2.Методические указания для проведения промежуточной аттестации по модулю[[3]](#footnote-3)**

Содержание промежуточной аттестации по модулю носит междисциплинарный практико-ориентированный характер и соответствует дисциплинам модуля. Теоретические вопросы и практико-ориентированные задания отражают современные состояние реформирования и модернизации отечественного образования и основы психолого-педагогического сопровождения социализации личности в различных образовательных учреждениях.

**Практико-ориентированные и теоретические проблемы** по дисциплинам модуля представлены в таблице под названием «Содержание разделов модуля»:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование раздела дисциплины (элемента модуля)** | **Содержание раздела** |
| **I.** | **Математика и элементы логики** |  |
| 1 | **Введение** | Природа математических знаний. Сущность и роль математической абстракции. О предмете математики. Математические методы познания. Математические модели. Этапы математического моделирования. О возникновении и этапах развития математики. |
| 2 | **Логические основы математики** |  |
| 2.1. | ***Множества и операции над ними.*** | Множество и элемент множества. Способы задания множеств. Равные множества. Подмножество. Изображение отношений между множествами при помощи кругов Эйлера. Операции над множествами: пересечение, объединение, разность. Свойства пересечения и объединения множеств. Понятие разбиения множества на классы. Разбиение множества на классы при помощи свойств. Декартово произведение множеств. Изображение декартова произведения двух числовых множеств на координатной плоскости. Число элементов в объединении, разности, декартовом произведении конечных множеств. |
| 2.2. | ***Математические предложения*** | Высказывания и высказывательные формы. Смысл слов “и”, “или”, “не” в составных высказываниях. Правила нахождения множеств истинности составных высказывательных форм. Структура высказываний, содержащих кванторы; способы установления значений истинности таких высказываний. Правила построения отрицаний высказываний различной структуры. Отношения логического следования и равносильности между высказывательными формами. Необходимые и достаточные условия. Структура теоремы. Виды теорем, связанных с данной. Математические правила. |
| 2.3. | ***Математические доказательства*** | Понятие умозаключения. Простейшие схемы дедуктивных умозаключений. Использование кругов Эйлера для проверки правильности умозаключений. Сущность математического доказательства. Законы логики. Способы доказательства.Умозаключения, отличные от дедуктивных. Неполная индукция и аналогия, их связь с дедуктивными умозаключениями. |
| 3 | **Соответствия, отношения, функция** |  |
| 3.1. | ***Соответствия между двумя множествами*** | Понятие соответствия. Способы задания соответствия. Соответствие, обратное данному. Взаимно-однозначные соответствия. Равномощные множества. Функциональные соответствия. |
| 3.2. | ***Числовые функции*** | Определение числовой функции. Способы задания функций. Возрастание и убывание функций. Прямая и обратная пропорциональности, их свойства и графики. Линейная функция. |
| 3.3. | ***Бинарные отношения на множестве*** | Понятие отношения. Способы задания отношений. Свойства отношений. Отношение эквивалентности и его связь с разбиением множества на классы. Отношение порядка. |
| 3.4. | ***Бинарные алгебраические операции*** | Понятие операции. Свойства алгебраических операций. Обратные операции. Алгебраическая система. Некоторые понятия числовых систем: выражения (числовые и с переменными), тождественные преобразования выражений, числовые равенства и неравенства, их основные свойства; уравнения и неравенства с одной переменной. |
| 4 | **Задача и процесс ее решения** |  |
| 4.1. | ***Положительные скалярные величины*** | Понятие положительной скалярной величины. Линейный порядок на множестве величин данного рода. Сложение величин и умножение величины на число. Измерение величин. Мера величины и ее свойства. Непрерывность величин. |
| 4.2. | ***Текстовые задачи.*** | Понятие текстовой задачи, ее составные части. Методы и способы решения задач. Основные этапы решения задачи (анализ, поиск плана, его выполнение, проверка) и приемы выполнения этих этапов. Моделирование в процессе решения задачи. Решение задач на части, на движение и другие процессы. Использование свойств прямой и обратной пропорциональности при решении текстовых задач. |
| 4.3. | ***Комбинаторные и вероятностные задачи.*** | Понятие комбинаторной задачи, их решение методом перебора и с использованием формул комбинаторики. Частота и вероятность случайного события, их вычисление. |
| 4.4. | ***Логические задачи*** | Понятие логической задачи. Способы решения логических задач на установление взаимно-однозначного соответствия между множествами, на упорядочивание множества, с использованием принципа Дирихле, на взвешивания, переливания, переправы. |
| 5 | **Натуральные числа и нуль** |  |
| 5.1. | ***Из истории возникновения и развития понятий натурального числа и нуля.*** | Зарождение понятия числа и этапы его развития. Возникновение числа «нуль». Различные подходы к построению системы натуральных чисел. |
| 5.2. | ***Аксиоматическое построение системы натуральных чисел.*** | Аксиомы Пеано для натуральных чисел. Определение сложения, существование и единственность суммы, свойства сложения.  Определение умножения натуральных чисел, существование и единственность произведения, свойства умножения. Определение вычитания натуральных чисел. Необходимое и достаточное условие существования разности на множестве натуральных чисел, ее единственность. Правила вычитания чисел из суммы и суммы из числа.  Определение деления натуральных чисел. Необходимое условие существования частного на множестве натуральных чисел, его единственность. Правила деления суммы, разности и произведения на число. |
| № п/п | **Наименование раздела дисциплины (элемента модуля)** | **Содержание раздела** |
| **II** | **Элементы геометрии в начальной школе** |  |
| 1. | ***Теоретико-множественный смысл натурального числа, нуля и действий над числами.*** | Натуральное число как общее свойство класса конечных равномощных множеств. Нуль как число элементов пустого множества. Смысл отношений “меньше” и “равно”. Теоретико-множественный смысл суммы, разности, произведения и частного целых неотрицательных чисел, свойств сложения и умножения, правил вычитания числа из суммы и суммы из числа, деления суммы на число, деление с остатком. |
| 2. | ***Натуральное число как мера величины.*** | Смысл натурального числа, полученного в результате измерения величины. Смысл суммы, разности, произведения и частного таких чисел. Смысл отношений «меньше» и «равно» для чисел- мер величин. |
| 3. | ***Запись целых неотрицательных чисел и алгоритмы действий над ними.*** | Из истории возникновения и развития способов записи натуральных чисел и нуля. Понятие системы счисления. Позиционные и непозиционные системы счисления.  Запись и названия чисел в десятичной системе счисления. Алгоритмы арифметических действий над многозначными числами в этой системе. Позиционные системы счисления, отличные от десятичной: запись чисел, арифметические действия. |
| 4. | ***Делимость целых неотрицательных чисел.*** | Понятие отношения делимости для натуральных чисел, его основные свойства. Делимость суммы, разности и произведения натуральных чисел. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 25 в десятичной системе счисления. |
| 5. | ***О расширении множества натуральных чисел.*** | Понятие дроби и положительного рационального числа. Определение арифметических действий над положительными рациональными числами. Свойства сложения и умножения. Упорядоченность множества положительных рациональных чисел. Множество положительных рациональных чисел как расширение множества натуральных чисел. Запись положительных рациональных чисел в виде десятичных дробей.  Понятие положительного иррационального числа. Множество действительных чисел, его основные свойства. |
| 6. | ***Введение. Что изучает геометрия*** | Как возникла и развивалась геометрия; О геометрии Лобачевского и аксиоматике евклидовой геометрии. Основные геометрические формы. Понятие геометрической фигуры.  Вопросы для обсуждения   1. В чем отличие геометрических знаний Вавилона и Египта от геометрии Древней Греции? 2. В чем суть представлений Н.И.Лобачевского о геометрической фигуре? |
| 7. | ***Свойства геометрических фигур*** | Луч и отрезок. Углы. Параллельные и перпендикулярные прямые. Многоугольники. Треугольники. Четырехугольники. Окружность и круг.  Вопросы для обсуждения   1. Назовите свойства угла, которые включены в его определение. Можете ли вы назвать другие свойства понятия «угол»? 2. Какие свойства параллельных прямых включены в их определение и в аксиому параллельных? 3. Сформулируйте определение простой замкнутой ломаной и постройте такую фигуру. 4. Назовите пять свойств параллелограмма. Какие из них содержатся в его определении, а какие надо доказывать? |
| 8. | ***Задачи на построение геометрических фигур*** | Элементарные задачи на построение. Этапы решения задачи на построение.  Вопросы для обсуждения:  1. Постройте с помощью циркуля и линейки сумму и разность двух данных: а) отрезков; б) углов.  2. Разделите данный угол на четыре равные части.  3. Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по трем известным сторонам. Всегда ли такое возможно? |
| 9. | ***Преобразования плоскости*** | Понятие преобразования плоскости; движения плоскости и равенства фигур; осевая симметрия; поворот вокруг данной точки; параллельный перенос; симметрия геометрических фигур.  Вопросы для обсуждения   1. Какое преобразование плоскости называется движением? 2. Могут ли при преобразовании плоскости разные точки переходить в одну точку? 3. Какое преобразование плоскости называется преобразованием симметрии плоской фигуры? Перечислите и охарактеризуйте группы симметрий конечных плоских фигур. |
| 10. | ***Геометрические тела и их изображение на плоскости*** | Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве; двугранные и многогранные углы; многогранники и их виды; тела вращения; изображение геометрических тел на плоскости  Вопросы для обсуждения:   1. Сколько двугранных углов имеет куб? 2. Сколько трехгранных углов имеет куб? Чему равна сумма плоских углов каждого трехгранного куба? 3. Существует ли невыпуклый многогранник, у которого все грани являются выпуклыми многоугольниками? 4. Какая фигура получается при вращении: а) точки вокруг прямой; б) отрезка *ОХ* вокруг прямой, проходящей через точку *О* и перпендикулярной *ОХ*?; в) квадрата вокруг прямой, содержащей его диагональ? |
| 11. | ***Геометрические величины*** | Длина отрезка и ее измерение; величина угла и ее измерение; площадь фигуры и ее измерение; объем тела и его измерение;  Вопросы для обсуждения   1. Длину стола измеряли сначала в сантиметрах, потом в дециметрах. В первом случае получили число на 108 больше, чем во втором. Чему равна длина стола? 2. Докажите, что всякая трапеция равносоставлена с прямоугольником, одна сторона которого равна средней линии трапеции, а другая ее высоте. |
| 12. | ***Система обучения геометрии в начальных классах*** | Уточнение представлений детей о пространственных отношениях; формирование у детей представлений о поверхностях, линиях и точках; методика обучения младших школьников качественным свойствам геометрических фигур; методика ознакомления младших школьников с многогранниками и круглыми телами; методика изучения геометрических величин; формирование представлений о симметрии плоских фигур; обучение построению геометрических фигур; средства обучения геометрии в начальной школе  Вопросы для обсуждения   1. Почему формированию у детей представлений о геометрических фигурах должно предшествовать уточнение их представлений о пространственных отношениях? 2. Какие пространственные отношения важны для формирования представлений первоклассников о натуральном ряде? 3. Почему все рассуждения по поиску решения задачи важно проговаривать с ребенком? 4. Почему уже на первых уроках геометрии полезно включать задания, связанные с оперированием условными символами и знаками? Приведите пример такой задачи. |

**3.Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации обучающихся по модулю** **(комплекты заданий для оценки сформированности трудового действия и критерии оценивания сформированности трудового действия со шкалой оценивания)[[4]](#footnote-4)**

**Критерии освоения трудовых действий по уровням**

На экзамене проверяются знания студентов по разделам «Введение» и «Логические основы математики», «Геометрические фигуры и величины». На экзамене студенту предлагается билет, состоящий из двух теоретических вопросов и практического задания Ответ на экзамене оценивается по 100-балльной шкале.

***Высокий уровень (81-100 баллов)*** ставится за глубокое и полное понимание обозначенной в билете проблемы, за умение самостоятельно четко и правильно разъяснять теоретические положения и привести примеры их практического использования.

Ответ должен быть построен логично, системно, аргументировано. Речь студента грамотная, выразительная.

Экзаменуемый дает грамотный ответ на теоретический вопрос по теме, указанной в билете. Раскрывает подробный ход решения практической задачи. Дает ответы на вопросы преподавателя, поясняет особенности решения задачи, объясняет трудности решения данной задачи и раскрывает пути их преодоления.

***Средний уровень (66-80 балла)*** ставится за правильное и глубокое усвоение обозначенной в билете проблемы, однако в ответе допускаются неточности и незначительные ошибки, как в содержании ответа.

Студент может разъяснить теоретические положения и привести примеры их практического использования.

Экзаменуемый раскрывает подробности решения практического задания, описывает ход решения, объясняет трудности решения данного задания и раскрывает пути их преодоления.

***Пороговый уровень (51-65 баллов)*** ставится за правильный, но схематичный ответ. Студент знает основные теоретические положения, обозначенного в билете вопроса, но не умеет их разъяснить, допускает отдельные ошибки и неточности в содержании и в форме построения ответа. Правильно отвечает на вопросы экзаменатора, но самостоятельно пояснений дать не может.

В решении практической задачи допускаются серьезные ошибки, но при помощи преподавателя, студент может произвести исправление сделанных ошибок.

**Примерные задания для интегрированной контрольной работы по дисциплинам модуля**

С помощью интегрированной диагностической контрольной работы проверяются умения:

- выполнять сложение, умножение, вычитание и деление многозначных чисел;

- выполнять арифметические действия с рациональными числами;

- решать текстовые задачи;

- решать геометрические задачи на основе использования свойств плоских геометрических фигур;

- находить площади фигур;

- решать задачи по математике из курса начальной школы с использованием знаний по математике, полученных в рамках изучения курса «Теоретические основы начального курса математики»;

- решать методические задачи по математике для начальной школы, используя знания курса «Теоретические основы начального курса математики».

Полученные результаты показывают степень готовности первокурсников к усвоению вузовского курса математики.

**Интегрированная диагностическая работа включает следующие виды заданий**:

1.Найдите значения выражений:

а) 6104 · (246 861 : 123 + 10 003 – 998);

б)10 – (7,2 · 0, 32 + 0, 003 · (15, 5 – 9, 006)) + 3, 1834;

в) (2 + (3/4 + 1/3)) · (2/5 – 1/4 + 8/9) : 17/27.

2. Какие рассуждения младших школьников вы будете считать правильными при выполнении задания:

а) можно ли утверждать, что значения сумм в каждом столбике одинаковы:

2459+121 53075+2306

2458+122 53076+2305

2457+123 53006+2375

2456+124 53306+2075

б) можно ли записать значения этих сумм в порядке возрастания:

4583+321 4593+311 4573+331

3. В одном из учебников по математике для младших школьников есть такое задание:

«Догадайся! По какому признаку разбиты выражения на две группы?»

(36+6):6 (10+32):6

(24+18):6 (34+8):6

(30+12):6 (28+14):6

Поясните, какое правило из аксиоматической теории натуральных чисел и каким образом используется, при выполнении этого задания младшими школьниками.

4. Решите задачи:

а) Длина прямоугольника 10 см, ширина 4 см. Его длину уменьшили на 2см. Как надо изменить ширину данного прямоугольника, чтобы его площадь осталась прежней?

б) Сын на 24 года младше мамы, а папа на 3 года старше мамы. Сколько лет папе, если сыну 10 лет?

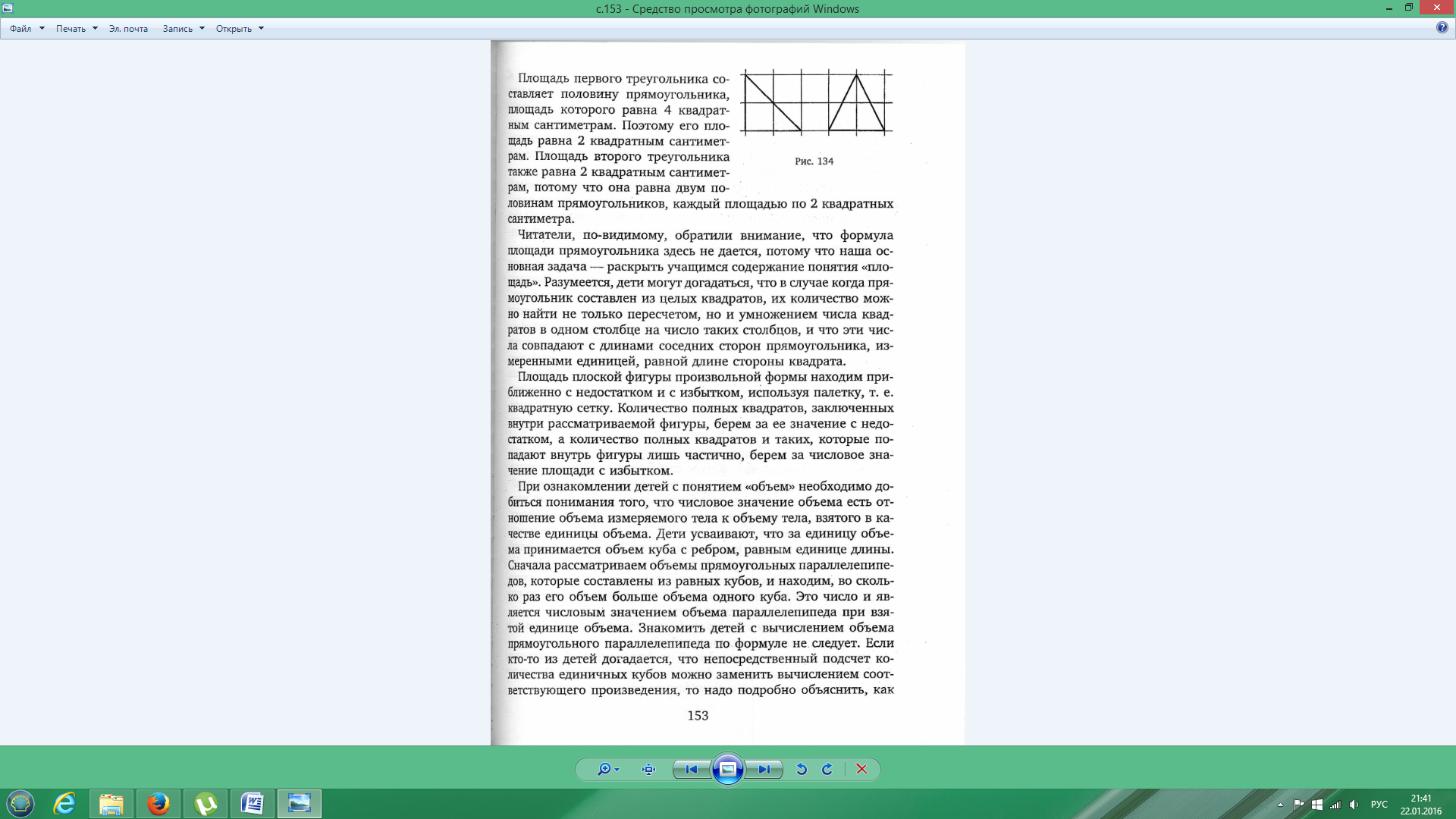
в) Из пункта А выехал автобус со скоростью 40 км/ч и через 12 мин догнал пешехода, который из пункта В вышел одновременно с началом движения автобуса из пункта А. Скорость пешехода 5 км/ч. Каково расстояние между пунктами А и В?

г) Обоснуйте следующий способ построения параллелограмма, предложенный младшим школьникам: «Проведи две пересекающиеся прямые. С помощью циркуля отложи на одной прямой от точки пересечения равные отрезки. Затем на другой прямой таким же образом отложи равные отрезки (не обязательно такой же длины, что и на первой прямой). Получится параллелограмм».

4. Разность двух чисел равна 15. Если уменьшаемое увеличить на 3. а вычитаемое уменьшить на 6. то тогда чему будет равна разность?

5. Младшим школьникам предложена задача: «Запиши пять четырехзначных чисел, используя цифры 2, 5, 0, 6 (одна и та же цифра не должна повторяться в записи числа)». А сколько вообще всевозможных четырехзначных чисел можно записать, используя цифры 2, 5, 0 и 6 так, чтобы одна и та же цифра не повторялась в записи числа?

6.Через произвольную точку основания равнобедренного треугольника проведены прямые, параллельные боковым сторонам треугольника. Докажите, что периметр получившегося четырехугольника равен сумме длин боковых сторон треугольника.

7. В треугольнике АВС на стороне АС взята произвольная точка D. Докажите, что эти треугольники АВD и DBC равновелики.

8. Младшим школьникам предложена задача: «Найдите площадь треугольника с вершинами в узлах квадратной сетки». Почему площадь треугольника дети могут вычислить без использования формулы площади треугольника? Назовите, какое свойство меры неявно используется детьми при решении этой задачи, если треугольник расположен так, что его вершины совпадают с уздами сетки? (см. рис. 1)

Рис. 1.

**Примеры практических заданий к экзамену**

**Тема: «Множества и операции над ними»**

С помощью этих заданий проверяются следующие знания студентов:

- определения и свойства операций над множествами, отношения между множествами;

- умения задавать множества через указание характеристического свойства его элементов;

- умения изображать отношения между множествами с помощью кругов Эйлера;

- умение производить разбиение множества на классы;

- умение находить число элементов в объединении и декартовом произведении конечных множеств.

**Примерные задания по теме «Множества и операции над ними»**

1. Закончите предложения:

а) х ∈ А ∪ В тогда и только тогда, когда ….;

б)х ∉ А∪В тогда и только тогда, когда ………..;

в)х ∈ А ∩ В тогда и только тогда, когда …………….;

г) х ∉А∩В тогда и только тогда, когда ……..;

2.Найдите А × В, А ∪В, А ∩ В, А \ В, В \ А,

если А = {1, 4 8, 12}, В = {1, 8, 9, 11}.

3. Пусть

А – множество натуральных чисел, не превышающих 15;

В - множество натуральных чисел, кратных 7;

С – множество натуральных чисел, больших 12.

Укажите характеристическое свойство элементов множеств:

А∪В, А ∩ С, А∪В∪С.

4. При помощи кругов Эйлера изобразите отношения между множествами: А – множество двузначных чисел, В – множество, чисел, кратных 3,

С –множество четных чисел.

5.Верны ли следующие утверждения:

а)(А ∪ В)⊂ А,

б) х∈А ⇒ х ∈А ∩ В,

в)х ∈ А ∪ В ⇔ х ∈ А.

г) (А×В) ⊂ А.

6. Установите правильность следующих классификаций:

а) множество натуральных чисел делится на четные и двузначные;

б) множество треугольников делится на остроугольные, прямоугольные и тупоугольные;

в) любой параллелограмм либо прямоугольник, либо квадрат, либо ромб;

г) множество четырехугольников делится на таких, у которых диагонали пересекаются, и таких, у которых диагонали не пересекаются.

7.Разбейте множество натуральных чисел на классы с помощью одного свойства.

8.Из 40 школьников 20 играют в шахматы, а 30 – в шашки. Каким может быть число школьников, играющих в обе игры, хотя бы в одну игру?

9. Из 38 учащихся класса 24 занимаются в хоре и 15 - в лыжной секции. Сколько учащихся занимается и в хоре и в лыжной секции, если в классе нет учащихся, не посещающих занятий хора или лыжной секции?

10. В группе туристов, состоящей из 100 человек, 10 человек не знали ни немецкий ни французский языки, 75 знали немецкий, 83 – французский. Сколько туристов знали оба языка?

11. Назовите все множества, о которых идет речь в задаче:

а) «У школы посадили 4 липы и 3 березы. Сколько всего деревьев посадили у школы?

б) «У Коли было 6 книг. В день рождения ему подарили ещё 4 книги. Сколько книг стало у Коли»

12. О какой операции и над какими множествами идет речь в задачах для младшей школы:

а) У Коли 10 книг, 2 книги он подарил товарищу. Сколько книг осталось у Коли?

б) В зале было 100 стульев. После того как вынесли несколько стульев, в зале осталось 86 стульев. Сколько стульев вынесли из зала?

13. О каких множествах и операциях над ними идет речь в нижеприведенных задачах для младших школьников:

а) С одной грядки сняли 25 кочанов капусты, а с другой – 15 кочанов. Всю эту капусту разложили в корзины, по 8 кочанов в каждую. Сколько потребовалось корзин?

б) Для школьного сада привезли 24 саженца яблонь. На одном участке посадили 6 саженцев, а на другом – остальные, в 3 ряда поровну. Сколько саженцев посадили в каждом ряду?

14. Как используется способ определения числа элементов в декартовом произведении множеств, не образуя его и не обращаясь к пересчету элементов для решения задачи из курса младшей школы: «У Маши 3 различные юбки и 4 различные кофты. Сколько различных комплектов, состоящих из юбки и кофты, она может составить?

15.Решите нижеприведенные задачи методом перебора всех возможных вариантов, а затем покажите, что решение этих задач связано с определением числа элементов декартовом произведения множеств?

а) В костюмерной танцевального кружка имеются белые и розовые кофты, а также синие, черные и коричневые юбки. Сколько можно из них составить различных костюмов?

б) Сколько трехзначных чисел можно составить, используя цифры 4 и 7?

в) На вершину горы ведут две дороги. Сколькими способами можно подняться и спуститься с нее?

16. Решите следующие задачи для начальной школы, поострив дерево возможных вариантов:

а) У продавца имеется 3 вида мороженого: клубничное, сливочное, ореховое. Наташа и Катя решили купить по одной порции. Сколько существует вариантов такой покупки?

б) Туристская фирма планирует посещение туристами в Италии трех городов: Рима, Венеции и Флоренции. Сколько существует вариантов такого маршрута.

в) Сколько двузначных чисел можно записать, используя цифры 5, 4 и 7.

**Тема: «Логические основы математики»**

С помощью данной работы проверяются следующие знания студентов:

основные виды определений понятий; определения и свойства логических операций над высказываниями, отношений логического следования и равносильности между утверждениями; простейшие схемы дедуктивных умозаключений. Проверяются владения умениями: анализировать логическую структуру определения, пользоваться определениями при решении задач на распознавание; анализировать логическую структуру высказываний и находить их значение истинности, определяемое структурой; строить отрицание высказываний, устанавливать отношение логического следования или равносильности между высказывательными формами.

**Примерные задания по теме «Логические основы математики»**

1. Какое из данных определений несоразмерно:

а) четырехугольник – это фигура, у которой четыре угла;

б) прямоугольный треугольник – это треугольник с прямым углом.

2. Изобразите с помощью кругов Эйлера отношения между объемами понятий: многоугольник, четырехугольник, трапеция.

3. Известно, что высказывание (∀х∈Х) А(х) истинное. Следует ли отсюда, истинность высказывания (∃х ∈ Х) А(х)?

4. Известно, что высказывание (∃х∈Х) А(х) истинно. Следует ли отсюда истинность высказывания (∀х ∈ Х) А(х) ?

5. Вместо многоточия вставьте термины «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно»:

а) для того, чтобы прямоугольник был квадратом … , чтобы его стороны были равны;

б) для того, чтобы произведение (х − а) · (х – в) = 0 …., чтобы равнялся нулю хотя бы один из сомножителей;

в) для того, чтобы существовала разность а – в, где а и b натуральные числа …, чтобы а было больше b:

г) для того чтобы найти частное а : b …, найти такое число, произведение которого на b равно а.

6. Среди следующих предложений укажите высказывания и способ установления их истинности:

а) х + 3 = 8;

б) ∀х (х + 3 = 8);

в) ∃х (х + 3 = 8);

г) среди четырехугольников есть такие, у которых все стороны равны;

д) в треугольнике сумма углов равна 180°.

7. Постройте отрицание следующих высказываний:

а) какое-нибудь натуральное число при делении на 7 дает в остатке 8;

б) каждое натуральное число – составное;

г) существует двузначное натуральное число, которое делится на 25;

д) в параллелограмме диагонали равны.

8. Постройте умозаключение доказывающее, что:

а)12 – 5 = 7;

б) 3 · (5 + 4) = 3·5 + 3·4

9. Укажите, по какому правилу построены следующие умозаключения:

а) для любых чисел а и b имеет место равенство

а + b = b + а,

2 и 3 являются числами, следовательно, 2 + 3 = 3 + 2;

б) если у четырехугольника диагонали точкой пересечения делятся пополам, то четырехугольник параллелограмм; если четырехугольник параллелограмм, то его стороны попарно параллельны; если у четырехугольника противоположные стороны попарно параллельны, то его противоположные углы равны. Следовательно, в четырехугольнике, диагонали которого точкой пересечения делятся пополам, противоположные углы равны;

в) если число четное, то оно делится на два, число 3 – нечетное, следовательно, оно на 2 не делится.

10. Среди понятий, изучаемых в начальном курсе математики, есть такие, как «четное число», «треугольник», «многоугольник», «число», «трехзначное число», «прямой угол», «сумма», «слагаемое», «выражение». Есть ли среди них понятия, находящиеся в отношении: а) рода и вида; б) целого и части?

11. Какие свойства понятий «прямоугольник» и «сложение» изучают в начальном курсе математики?

12. Понятие «противоположные стороны прямоугольника» в начальном курсе математики можно определить так: «Красным цветом обозначены две противоположные стороны прямоугольника, а синим цветом - две другие противоположные стороны» (всё это показано на рисунке. Какой способ определения понятия используется?

13. Выясните, каким образом определяются в различных учебниках по математике для начальных классов понятия:

а) выражение; б) сумма; в) слагаемое;

г) четное число; д) однозначное число; е) умножение.

14. Среди следующих предложений, рассматриваемых в начальном курсе математики, укажите высказывания и определите их значение истинности:

а) (12-7)·(6+3)=45;

б) (15+12):3>10;

в) в любом прямоугольнике противоположные стороны равны;

г) (12-x)·4=24;

д) среди четырехугольников есть такие, у которых все стороны равны;

е) число z – двузначное;

ж) произведение чисел 4070 и 8 меньше, чем сумма чисел 18396 и 14174;

з) число 6 является корнем уравнения (12-x)·4=24.

15. Покажите, что выполнение учащимися начальной школы следующих заданий связано с понятием высказывательной формы, области ее определения и множества истинности:

а) из ряда чисел 1,2,3,4,5,6,7,8,9 выпиши те, которые делятся на 3;

б) назови все числа, меньшие 7 (имеются в виду только целые неотрицательные числа).

16. Покажите, что выполняя следующие задания, учащиеся младшей школы находят множество истинности конъюнкции и дизъюнкции высказывательных форм:

а) даны числа: 31, 53, 409, 348, 20, 3094, 233, 33, 271, 143, 3, 333, 14, 30. Выпишите все числа, в записи которых:

1) три цифры и есть цифра 3;

2) три цифры или есть цифра 3;

б) из ряда 25, 12, 17, 5, 15, 36 выпишите числа:

1) двузначные или меньшие 17;

2) двузначные и меньшие 17;

в) из ряда 72, 312, 522, 483, 1137 выпишите те числа, которые:

1) делятся на 3 и 9;

2) делятся на 3 или 9.

17. Каким образом вы будете решать следующие задания, предлагаемые младшим школьникам:

а) Найдите среди записей уравнения и решите их устно:

8+7=15; 17-x=9; 17-x; x+12=12.

б) Назови уравнения, в которых неизвестное число равно 8:

x·2=20; 6·x=48; x:2=5; 40:x=5.

19. Данные задачи взяты из учебников по математике для младшей школы. Выясните, какие из них содержат (в явном или неявном виде) квантор и как следует устанавливать их значение истинности (указать только способ и обосновать его выбор):

а) от перестановки слагаемых сумма не изменяется;

б) два соседних слагаемых можно заменить суммой;

в) площадь прямоугольника равна произведению длин его соседних сторон;

г) существуют честные числа;

д) некоторые числа делятся на 4;

е) среди прямоугольников есть треугольники.

20. В начальном курсе математики синонимом слова «необходимо» является слово «нужно» («надо»), и синонимом слова «достаточно» - слово «можно».

Зная это, вставьте вместо многоточия слова: «нужно» либо «можно» так, чтобы высказывания были истинными:; ответы обоснуйте:

а) для того, чтобы сумма натуральных слагаемых делилась на число 5,…, чтобы каждое слагаемое делилось на 5;

б) чтобы найти неизвестное слагаемое, ….., из суммы вычесть другое слагаемое;

в) для того, чтобы вычесть число суммы,……, вычесть его из одного слагаемого и к разности прибавить другое слагаемое;

г) чтобы число было четным, ….., чтобы оно делилось на 2.

21. Нижеприведенные правила взяты из учебников по математике для начальной школы. Установите, какие теоремы сформулированы в виде этих правил:

а) «Если к разности прибавить вычитаемое, то получится уменьшаемое»;

б) «Если произведение двух чисел разделить на один из множителей, то получим другой множитель;

в) «При делении любого числа на единицу в частном получится то число, которое делили.»

22. Учителю необходимо подвести учащихся к выводу о том, что «при сложении числа с нулем получается то число, которое складывали с нулем». Какой метод рассуждений вы выберите?

23. Зная, что равенство  верно для любых натуральных чисел *а, в*, и *с*, ученик решил, что верным будет равенство:  для любых натуральных чисел *а, в*, и *с*. Прав ли он?

24. Сравнивая выражения 36-7 и 36-4, ученик рассуждал так: «36-7 меньше 36-4, так как 7 больше 4». Какое правило использовал ученик в качестве общей посылки?

25. Покажите, что обосновывая решение следующих задач, младшие школьники могут использовать полную индукцию.

а) Дан ряд чисел: 3545, 3550, 3555, 3560, 3565. Можно ли утверждать, что каждое число этого ряда делится на 5?

б) Можно ли утверждать, что значения всех нижеприведенных выражений одинаковы: 326326 : 326; 236236 : 236; 626626 : 626?

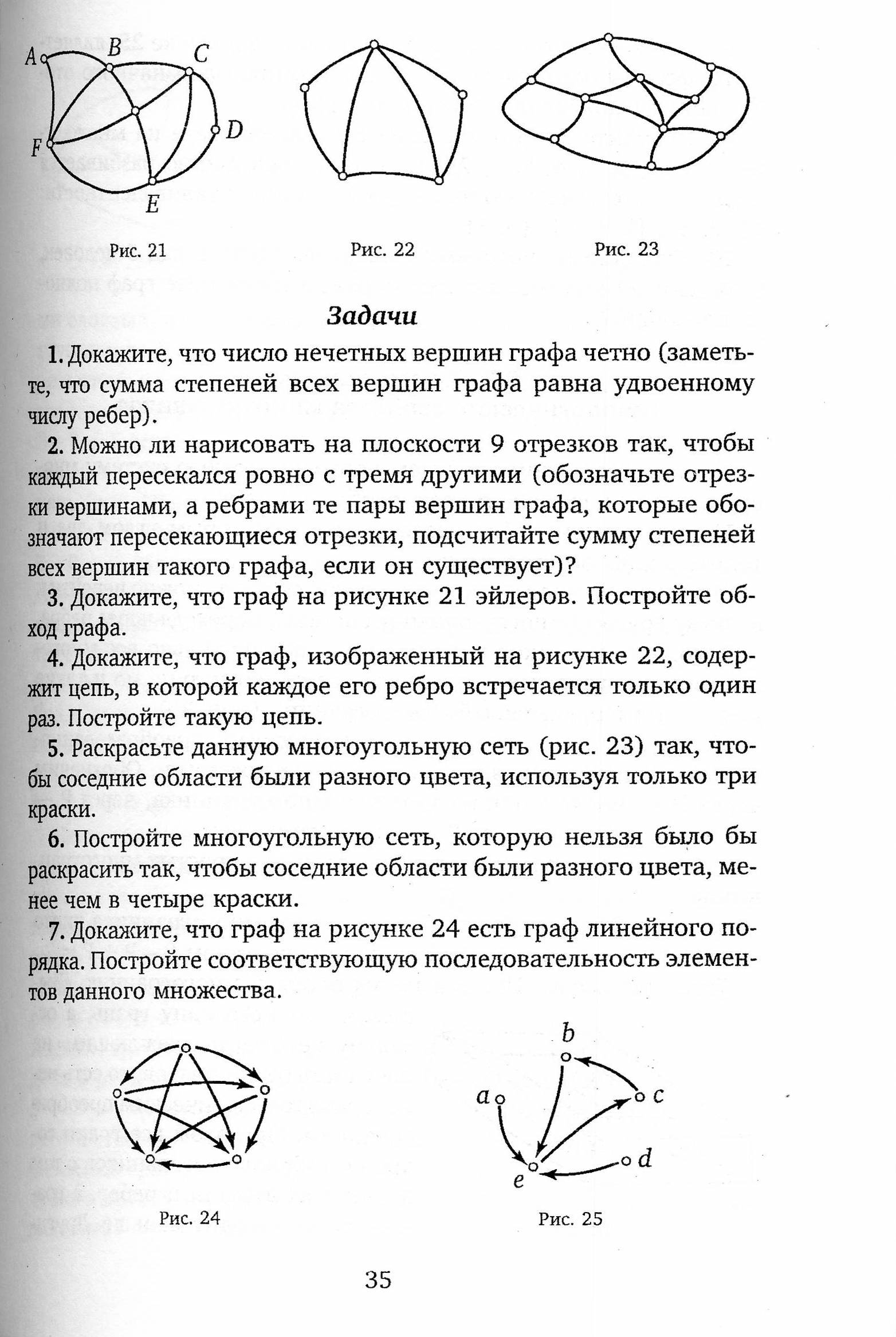
**Примерные задания по курсу: «Элементы геометрии в начальной школе»**

Приведенные ниже задания взяты из учебного пособия: Шадрина И.В. «Геометрия в начальной школе»: Учебное пособие для студентов факультетов начальных классов.- М: МГПУ, 2007.- 175 с. стр. 7-95. Для успешного выполнения этих заданий необходимо внимательно изучить Раздел I данного учебного пособия.

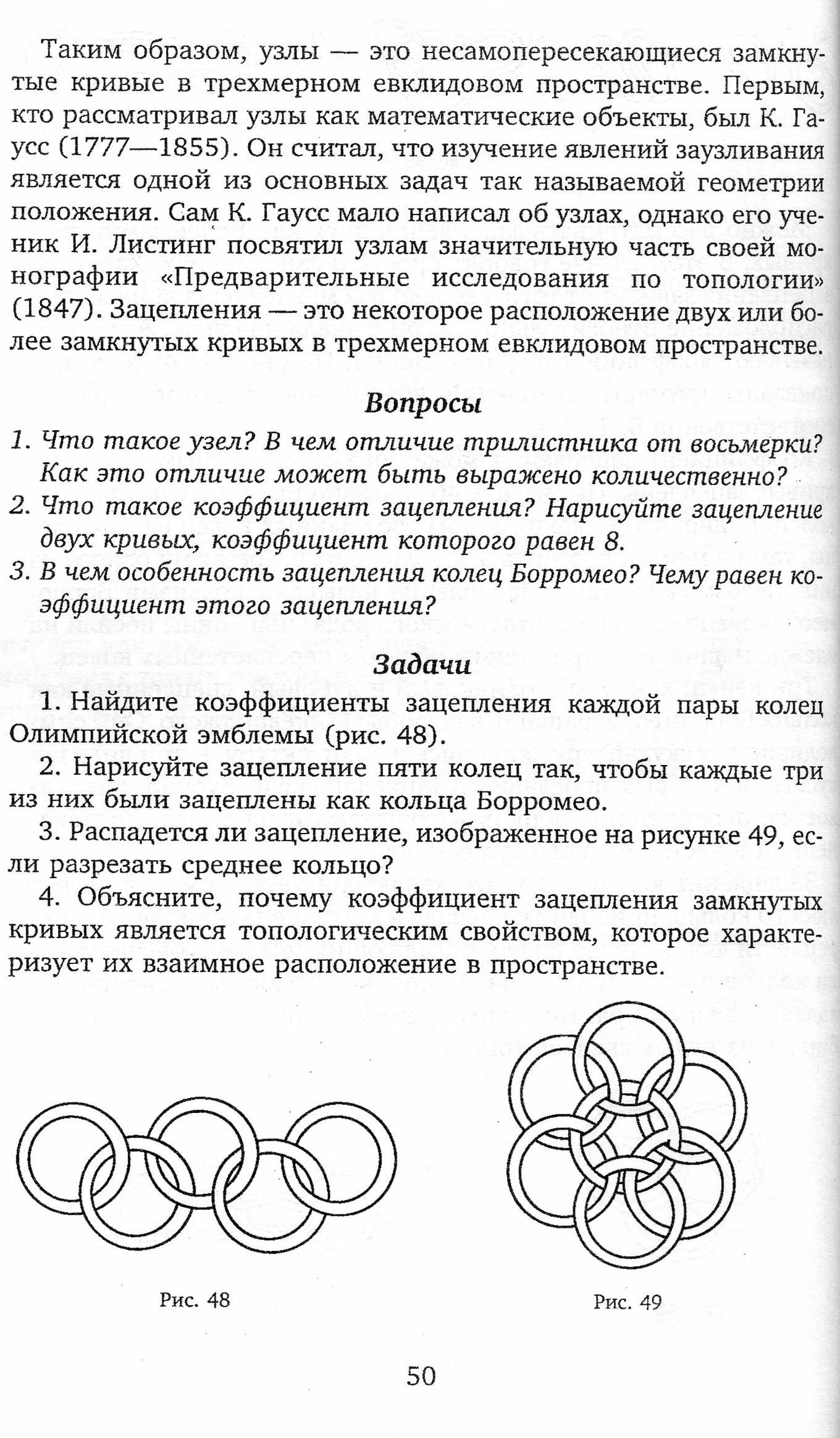
Также для успешного освоения курса геометрии необходимо научиться решать задачи из глав 15-25, из основного учебника по модулю «Теоретические основы начального курса математики», автор: Стойлова Л.П. Математика: учебник для студ. высш. пед. учеб. завед./Л.П.Стойлова.- М: Издательский центр «Академия», 2007. – 432 с.

Задачи по геометрии:

1. Стр. 19, вопросы 1,3,4: Дайте определение геометрического преобразования. Что такое тождественное преобразование? Обратное преобразование?
2. Стр. 19, задача 1: Постройте образ треугольника ABC при сжатии плоскости к прямой с коэффициентом k=1/2.
3. Стр.34, вопросы 1-7: Что такое граф? Что такое степень вершины графа? Какая вершина графа является непосредственно достижимой из данной вершины? Какая последовательность вершин называется цепью? Какая цепь называется циклом? Какой цикл называется обходом графа? Какой граф называется эйлеровым? Сформулируйте теорему Эйлера. Ответьте на вопрос: почему в задаче о кенигсбергских мостах невозможно пройти по всем мостам один раз и обойти все мосты?
4. Стр.35, задача 3: Докажите, что граф изображенный на рисунке 21 эйлеров. Постройте обход графа.
5. Стр. 35, задача 4: докажите, что граф, изображенный на рисунке 22 содержит цепь, в которой каждое его ребро встречается только один раз. Постройте такую цепь.
6. Стр. 35, задача 5: Раскрасьте данную многоугольную цепь (рис. 23) так, чтобы соседние области были разного цвета, используя только три краски.



1. Стр. 42, задача 3: У простого многогранника все грани четырехугольники. Сколько у него вершин и граней, если число его ребер равно 12? Нарисуйте такой многогранник. Единственным ли будет решение?
2. Стр.42, задача 4: Сколько вершин и граней имеет простой многогранник, если число ребер у него 12, а каждая грань – треугольник? Нарисуйте такой многогранник.
3. Стр. 50, задача 1, 2, 3: Найдите коэффициенты зацепления каждой пары колец Олимпийской эмблемы (рис. 48). Нарисуйте зацепление 5 колец так, чтобы каждые три были зацеплены как кольца Борромео. Распадется ли зацепление, изображенное на рис. 49, если разрезать среднее кольцо?



10. Стр. 64, задача 6: Возьмите треугольник ABC и постройте гомотетичный треугольнику ABC треугольник с коэффициентом гомотетии, равным 1/3.

11. Стр. 69, вопрос 1: Какое пространство называется метрическим? Какое преобразование называется движением?

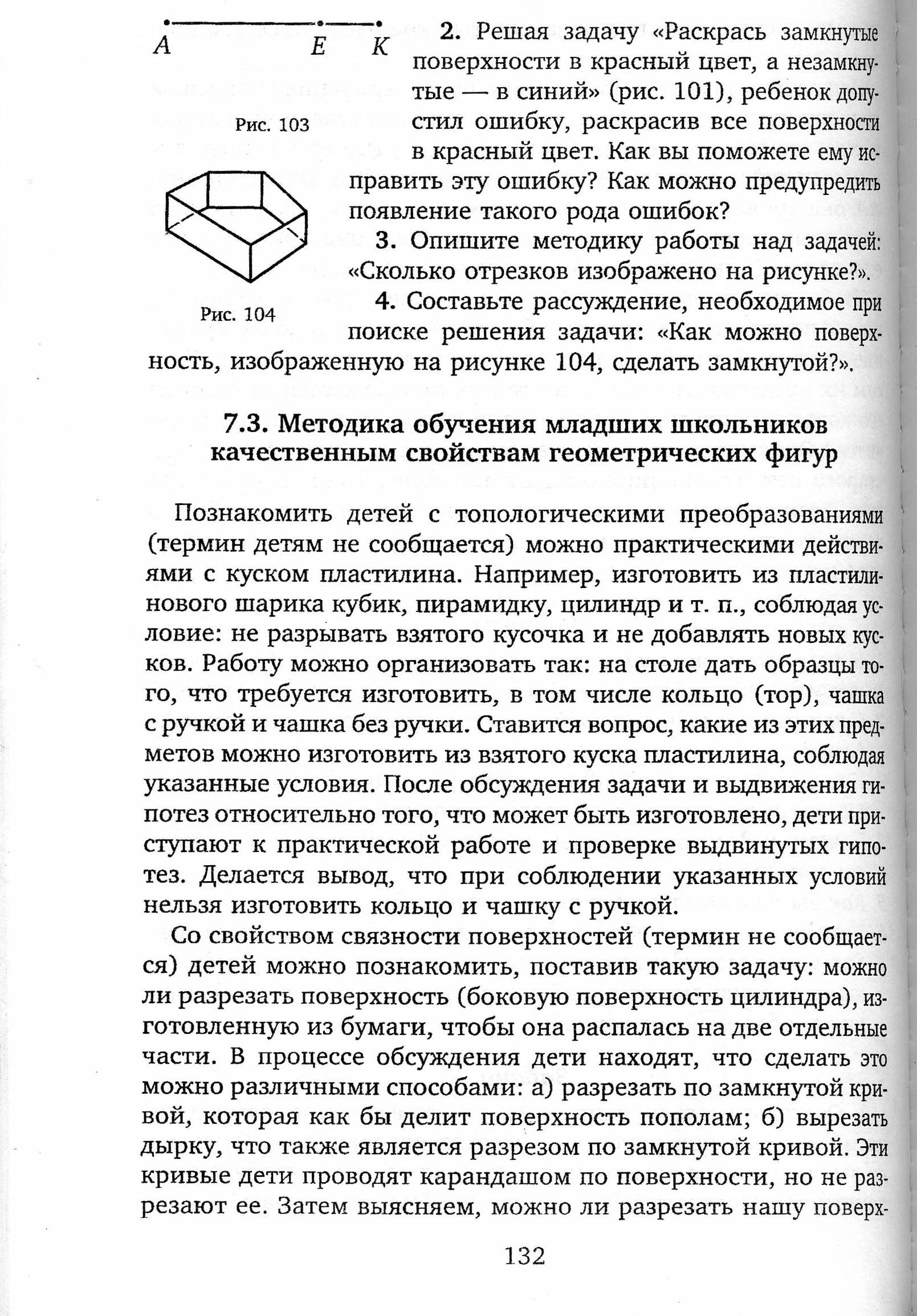
12. Стр. 69, задача 4: Постройте образ данного отрезка при повороте плоскости вокруг данной точки на угол, градусная мера которого равна 180 градусов. Рассмотрите два случая: а) отрезок проходит через центр поворота; б) отрезок не проходит через центр поворота.

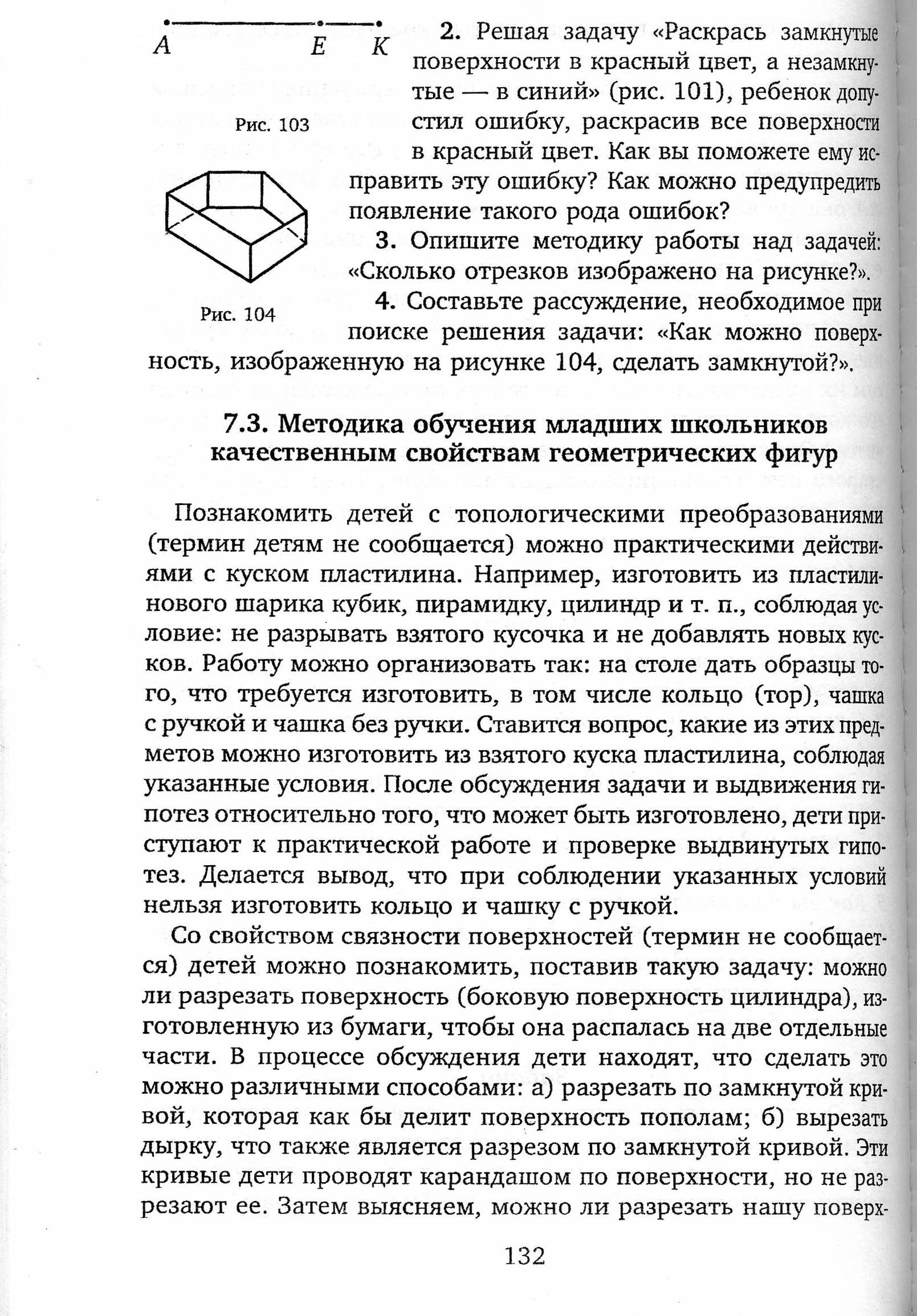
13. Стр. 78, задача 1: Числовое значение длины отрезка АВ равно 3 м. Найдите длину этого отрезка в см, в мм, в км.

14. Стр. 82, задача 1, 2: Выразите площадь, равную 12 квадратным километрам в квадратных метрах, в квадратных сантиметрах. Выразите площадь, равную 206 квадратным сантиметрам в квадратных метрах.

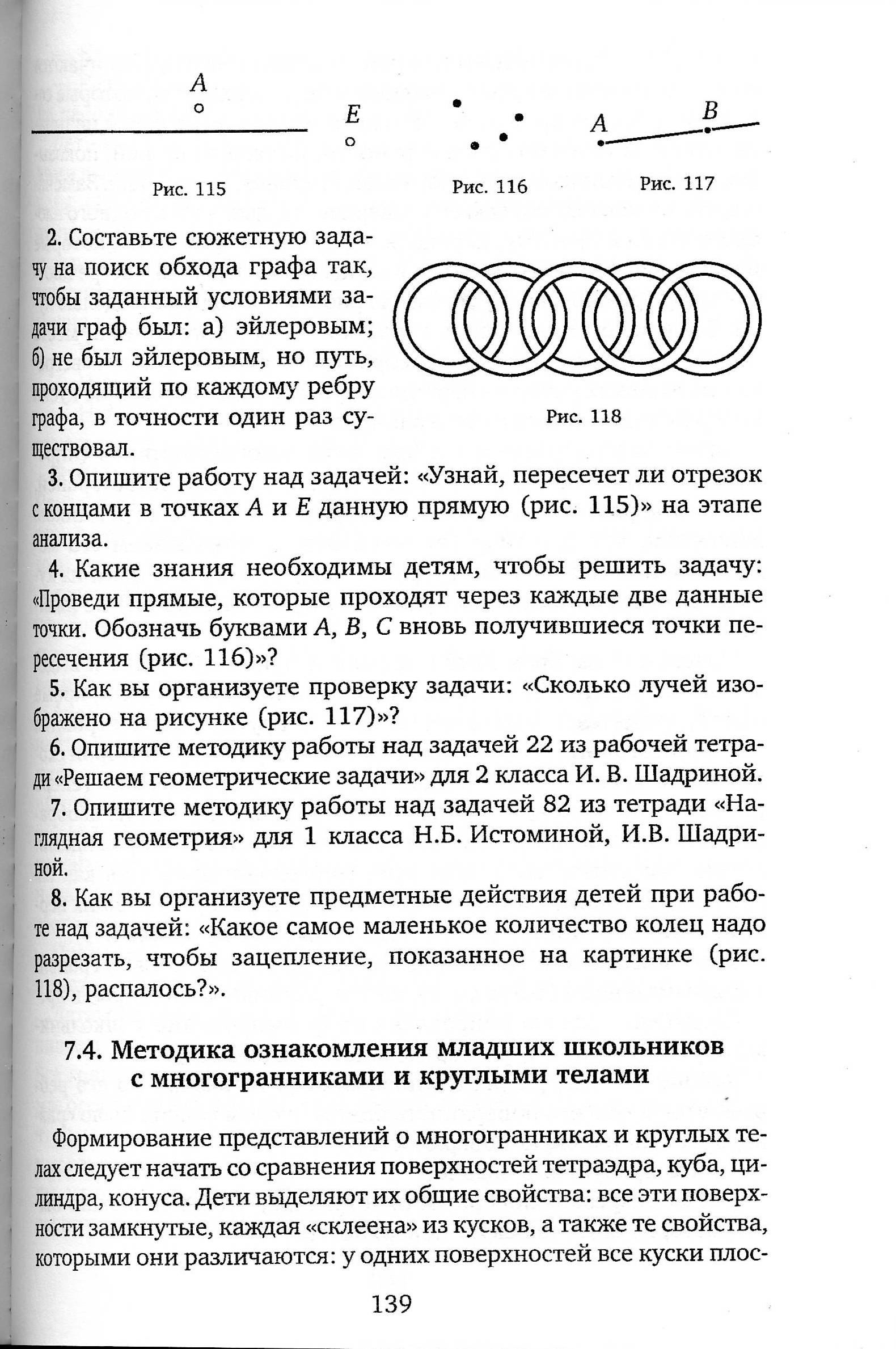
15. Стр. 89, задача 2: Постройте треугольник по двум сторонам и высоте к третьей стороне.

Для выполнения нижеприведенных задач необходимо внимательно изучить учебное пособие: Шадрина И.В. «Геометрия в начальной школе»: Учебное пособие для студентов факультетов начальных классов.- М: МГПУ, 2007.- 175 с. Раздел II «Обучение геометрии в начальной школе» стр. 96-173 и затем выполнить указанные задания:

1. Стр.131, вопросы: 1,2: Почему обучение геометрии следует начинать с формирования у детей представлений о поверхностях, линиях, точках? С какими наглядными свойствами поверхностей знакомятся дети?
2. Стр. 131 , задача 1: Составьте задачу, направленную на различение детьми понятий «кривая поверхность», «плоская поверхность». Считаете ли Вы возможным познакомить детей на данном этапе обучения с понятием «плоскость»? Как это можно сделать? Какое объяснение понятия «плоскость» Вы можете предложить детям? (Cначала рассмотрим примеры плоских поверхностей. Плоские поверхности – это гладкие поверхности (оконное стекло, поверхность стола, классная доска). Плоскость – это часть гладкой поверхности, ограниченная замкнутой линией. Можно провести на плоскости линию. Тогда можно сказать, что плоскость – это поверхность, которая содержит линию, соединяющую две точки.)
3. Стр. 132, задача 3: опишите методику работы над задачей: «Сколько отрезков изображено на рисунке» (рис. 103)



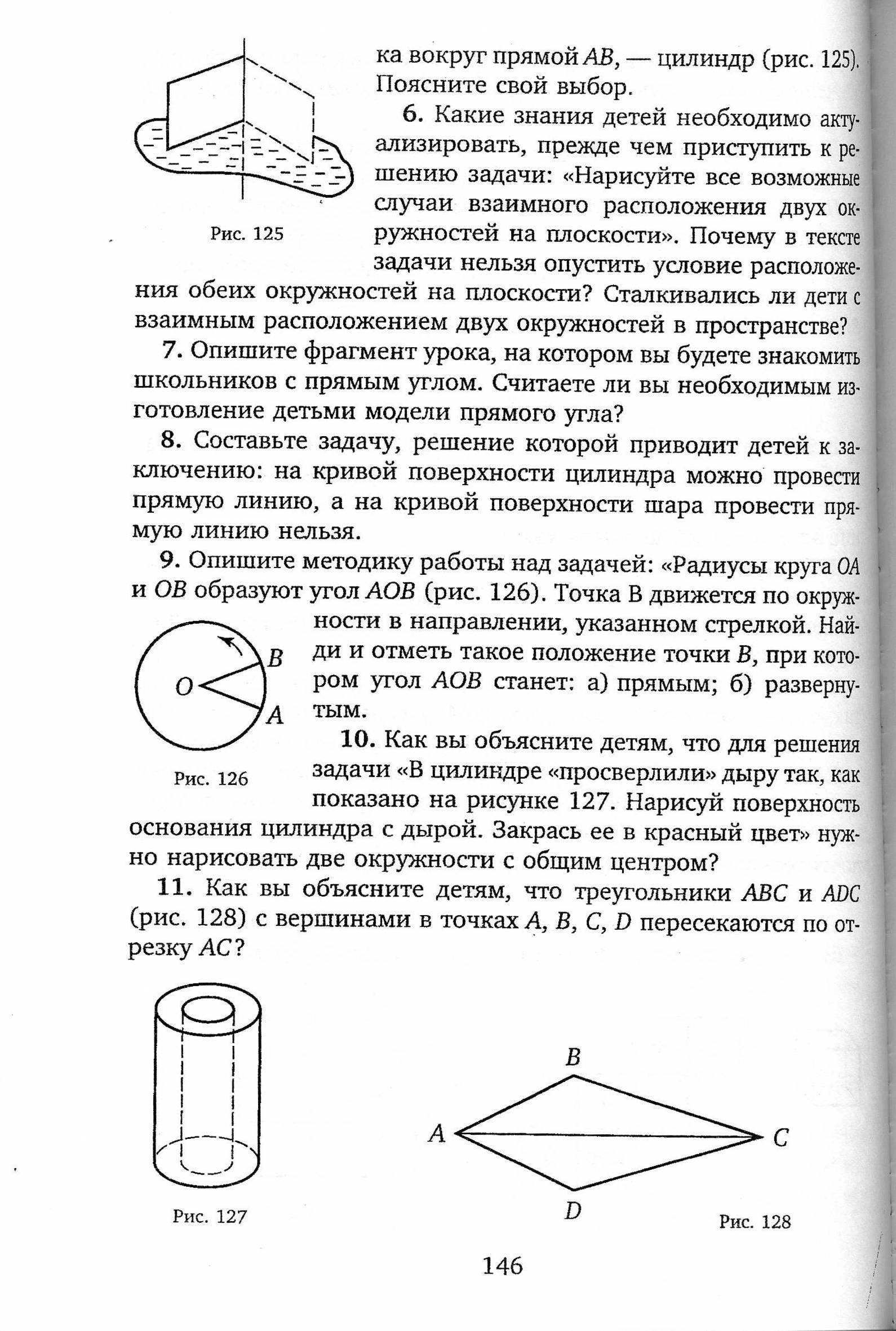
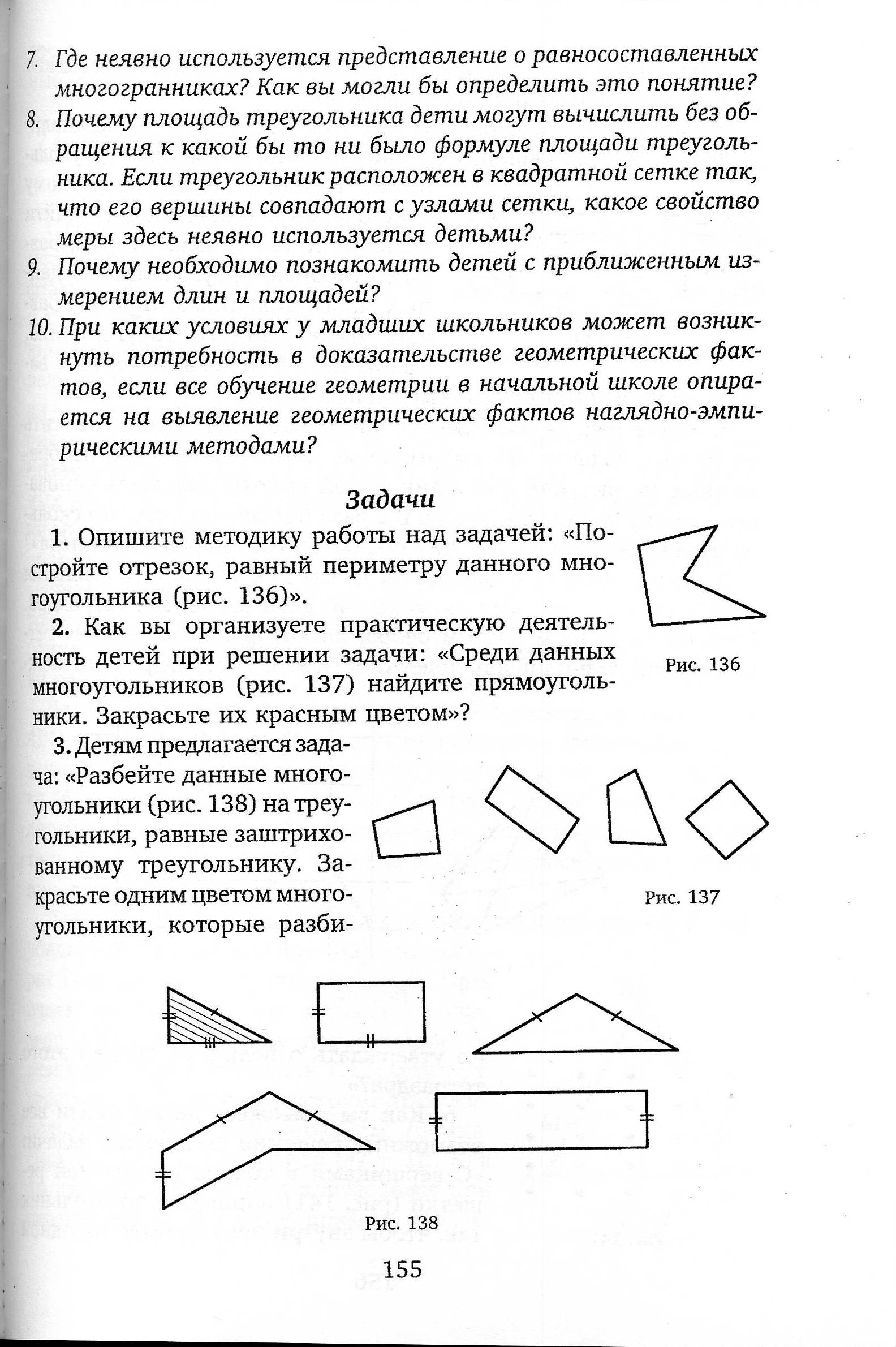
1. Стр. 132, задача 4: Составьте рассуждение, необходимое при поиске решения задачи: «Как можно поверхность, изображенную на рисунке 104, сделать замкнутой?»
2. Стр. 138, вопрос 1: Почему для знакомства детей с топологическими свойствами целесообразно решать задачи на преобразование куска пластилина?
3. Стр. 138, вопрос 4: Почему при решении задач на зацепление колец надо сначала проанализировать картинки, изображающие как зацепленные, так и не зацепленные кольца?
4. Стр. 139, задача 8: Как Вы организуете предметные действия детей при работе над задачей: «Какое самое маленькое количество колец надо разрезать, чтобы зацепление, показанное на картинке (рис. 118), распалось?».



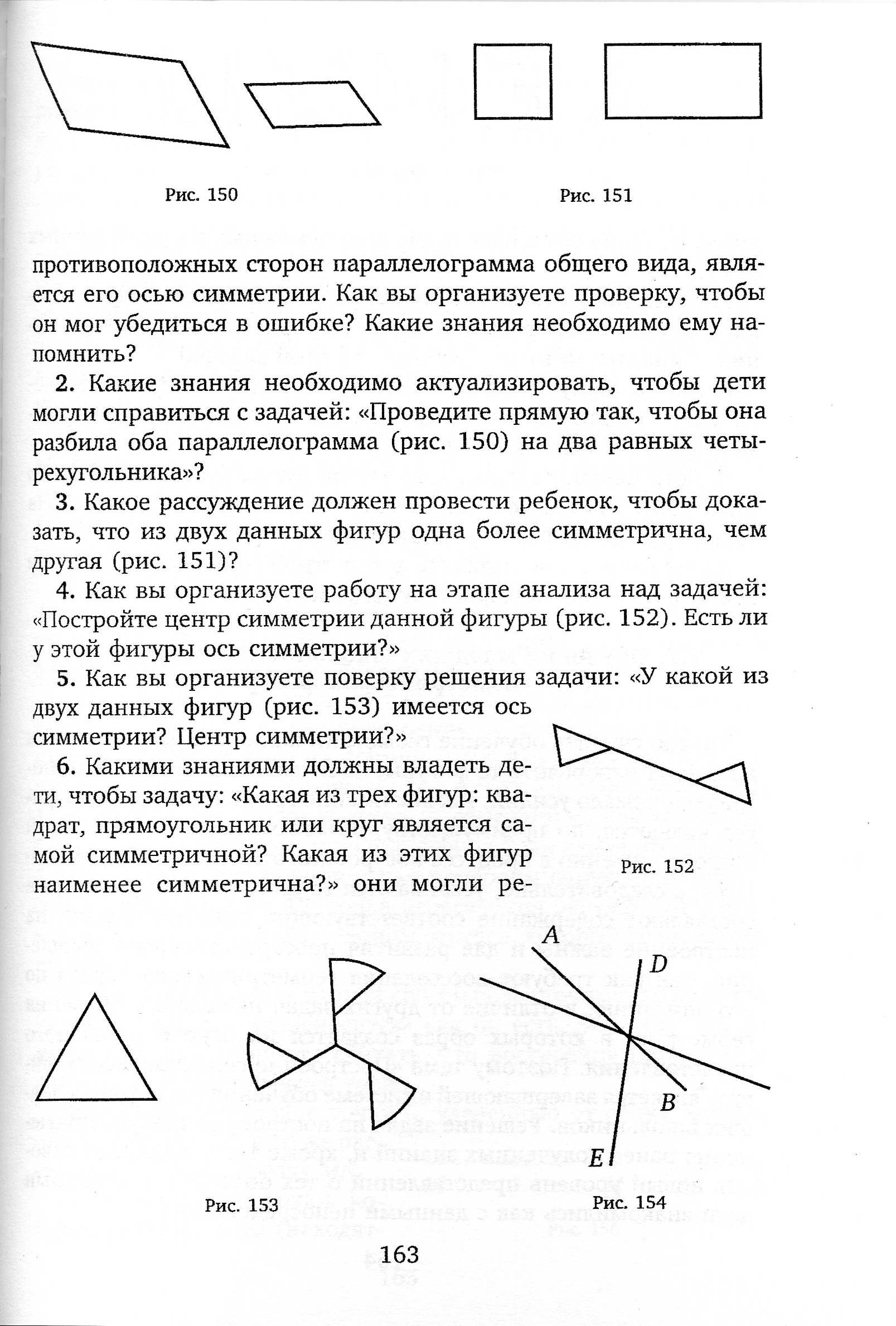
1. Стр. 145, задача 5: Какой из двух способов а) или б) Вы считаете более предпочтительным для формирования у детей представлений о прямом круговом цилиндре:

а) показываем детям цилиндры и говорим: «Это цилиндры»;

б) фигура, которая образуется при вращении прямоугольника вокруг прямой АВ - цилиндр (рис. 125). Поясните свой выбор.



1. Стр. 155, задача 1: Опишите методику работы над задачей: «Постройте отрезок, равный периметру данного многоугольника (рис. 136):
2. Стр. 163, задача 2: Какие знания надо актуализировать, чтобы дети могли справиться с задачей: «Проведите прямую так, чтобы она разбила оба параллелограмма (рис. 150) на два равных четырехугольника:



11. Стр.170, вопрос 8: Почему решение задач на построение формирует у младших школьников умение пользоваться чертежными инструментами?

12. Стр. 170, вопрос 9: Почему при построении фигуры, симметричной данной относительно данной прямой, детям целесообразно прямые углы строить с использованием модели прямого угла?

**Теоретические вопросы к зачету/экзамену по модулю «Теоретические основы начального курса математики»**

**Раздел I: «Логические основы математики»**

1. М Множества, их виды; способы задания множеств. Основные числовые множества. Диаграммы Эйлера – Венна. Равные множества. Подмножества, их виды; количество подмножеств конечного множества.
2. Пересечение и объединение множеств, свойства операций.
3. Разбиение множества на классы. Классификация.
4. Разность и дополнение множеств, свойства операций. Универсальное множество.
5. Декартово произведение множеств, его свойства и изображение на плоскости.
6. Простейшие комбинаторные задачи.
7. Математические понятия. Объем и содержание понятия. Отношение между понятиями. Операции с понятиями.
8. Математические предложения. Высказывания и высказывательные формы.
9. Конъюнкция и дизъюнкция высказываний, свойства операций.
10. Импликация и эквиваленция высказываний, свойства операций.
11. Высказывания с кванторами. Отрицание высказываний и высказывательных форм.
12. Отношение следования и равносильности между предложениями.
13. Математическое доказательство. Умозаключения и их виды (дедуктивные, неполная индукция, аналогия). Схемы дедуктивных рассуждений.
14. Способы математического доказательства (прямое и косвенное доказательство).
15. Понятие соответствия. Способы задания соответствия. Взаимно однозначное соответствие. Функциональное соответствие.
16. Понятие функции. Способы задания функций. Прямая и обратная пропорциональность, их свойства и графики.
17. Понятие бинарного отношения; способы задания отношений. Свойства бинарных отношений.
18. Отношения эквивалентности и порядка.
19. Понятие алгебраической операции. Свойства алгебраических операций.
20. Числовые выражения и их тождественные преобразования. Тождественное равенство. Тождество.
21. Числовые равенства и неравенства. Уравнения с одной переменой. Равносильные уравнения. Неравенства с переменной. Равносильные неравенства.
22. Текстовая задача: структура и способы решения. Основные этапы решения текстовых задач; моделирование.
23. Комбинаторная задача. Правила суммы и произведения. Размещения и сочетания.
24. Понятие об аксиоматическом методе построения теории. Аксиомы Пеано. Аксиоматическое определение сложения целых неотрицательных чисел; таблица сложения; свойства сложения.
25. Аксиоматическое определение умножения целых неотрицательных чисел; таблица умножения; свойства умножения.
26. Свойства множества натуральных чисел. Аксиоматическое определение вычитания целых неотрицательных чисел.
27. Аксиоматическое определение деления целых неотрицательных чисел; свойства деления.
28. Множество целых неотрицательных чисел. Свойства множества целых неотрицательных чисел.
29. Отрезок натурального ряда и счет предметов. Порядковые и количественные натуральные числа.

**Раздел II. «Элементы геометрии в начальной школе»**

1. Теоретико-множественный смысл натурального числа и нуля; отношения «меньше» на множестве натуральных чисел.
2. Теоретико-множественный смысл суммы и разности на множестве натуральных чисел.
3. Теоретико-множественный смысл произведения на множестве натуральных чисел.
4. Теоретико-множественный смысл частного на множестве натуральных чисел.
5. Натуральное число как результат измерения величины. Сложение и вычитание натуральных чисел, являющихся мерами величин.
6. Умножение и деление натуральных чисел, являющихся мерами величин.
7. Позиционные и непозиционные системы счисления. Переход от записи числа в одной системе счисления к записи в другой.
8. Алгоритмы действий над целыми числами в десятичной системе счисления; устные и письменные вычисления.
9. Отношение делимости и его свойства. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наименьшее общее кратное; наибольший общий делитель; нахождение НОД и НОК данных чисел.
10. Понятие обыкновенной дроби; понятие положительного рационального числа. Множество положительных рациональных чисел как расширение множества натуральных чисел.
11. Запись положительных рациональных чисел в виде десятичных дробей. Сравнение десятичных дробей. Понятие бесконечной десятичной дроби.
12. Существование чисел, отличных от рациональных; понятие положительного иррационального числа. Множество действительных чисел.
13. Возникновение геометрии. О геометрии Лобачевского и аксиоматике евклидовой геометрии.
14. Основные геометрические формы. Понятие геометрической фигуры.
15. Свойства геометрических фигур. Луч и отрезок. Углы. Параллельные и перпендикулярные прямые.
16. Свойства геометрических фигур. Многоугольники. Треугольники. Четырехугольники.
17. Свойства геометрических фигур. Окружность и круг.
18. Понятие преобразования плоскости, их виды и свойства (движение, плоскости и равенство фигур, осевая симметрия).
19. Преобразования плоскости (поворот вокруг данной точки, параллельный перенос)
20. Преобразования плоскости. Симметрия геометрических фигур (осевая, поворотная, переносная)
21. Преобразования плоскости. Гомотетия.
22. Геометрические тела и их изображение на плоскости (взаимное расположение прямых и плоскостей, двугранные и многогранные углы, многогранники и их виды, цилиндр, шар, конус).
23. Понятие геометрической величины, виды величин; понятие измерения величины. Длина отрезка, ее основные свойства; измерение длины отрезка; основные единицы длины.
24. Площадь фигуры, измерение площади фигуры; основные единицы площади. Равновеликие и равносоставленные фигуры. Площади простейших геометрических фигур.
25. Объем тела и его измерение; основные единицы объема. Величины, рассматриваемые в начальном курсе математики, единицы их измерения и взаимосвязь между ними: цена – количество – стоимость; скорость – время – расстояние.

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (дисциплинарного модуля):**

Рекомендуемая литература

**А) Основная**

1. Стойлова Л.П. Математика: Учебник для студентов высш. пед. учебн. заведений. М., 2007.

2. Шадрина И.В. «Геометрия в начальной школе»: Учебное пособие для студентов факультетов начальных классов.- М: МГПУ, 2007.- 175 с.

Учебники по математике для начальных классов.

3. Статьи из журналов «Начальная школа», «Математика в школе».

**Б) Дополнительная**

1. Аматова Г.М., Аматов М.А. Математика. Учебное пособие. М., 1999.

2. Мерзон А.Е., Добротворский А.С., Чекин А.Л. Пособие по математике для студентов факультетов начальных классов. – М.: Издательство «Институт практической психологии», Воронеж, 1998.

3. Тонких А.П. Математика: Учебное пособие для студентов факультетов подготовки учителей начальных классов: в 2-х книгах. М, 2002.

4. Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики. Пособие для учащихся 5 – 6 кл. М., 1989.

5. Виленкин Н.Я. и др. За страницами учебника математики: Арифметика. Алгебра. Геометрия: Книга для учащихся 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. М., 1996.

6. Свечников А.А. Путешествие в историю математики, или Как люди научились считать: Книга для тех, кто учит и учиться. М., 1995.

7. Энциклопедия для детей. – Т.11. Математика / Глав. ред. М.Д. Аксенова. М.: Аванта +, 1998.

**в) программное обеспечение** общего назначения для компьютеров**,** пакеты прикладных программ для изучения математики в начальной школе

**г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы** электронный ресурс УМКД и учебно-методических материалов электронной библиотеки МГПУ.

**д)Интернет-ресурсы:**

1. Интернет-портал Московского института открытого образования (ГАОУ ВО МИОО), кафедра начального образования: <http://nachalka.seminfo.ru/>

2. Интерактивная платформа для изучения математики в начальной школе, сайт «Учи.ру»: <https://uchi.ru/login>

**Материально-техническое обеспечение дисциплины: у**чебные кабинеты, оснащенные ноутбуками, интерактивными досками проекторами с потолочным креплением, имеют соответствующие экраны и возможность затемнения.

Компьютерные кабинеты для проведения занятий с использованием компьютеров и цифровых образовательных ресурсов электронной библиотеки МГПУ и глобальной сети.

1. в соответствии с профессиональным стандартом [↑](#footnote-ref-1)
2. дисциплины (указывается название дисциплины), практика (указываются вид практики), НИР [↑](#footnote-ref-2)
3. описывается технология промежуточной аттестации по модулю [↑](#footnote-ref-3)
4. комплекты заданий и критерии оценки указываются отдельно для каждого оценочного средства [↑](#footnote-ref-4)