ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ
«МОСКОВСКИЙ ГОРОДСКОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ГАОУ ВО МГПУ)

Институт математики, информатики и естественных наук

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор

______________ **Е.Н. Геворкян**

« 31 » октября 2016 г.

ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

«ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ (МАТЕМАТИКА)»

Москва, 2016

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Метрические пространства: определение и примеры. Сходимость последовательности точек метрического пространства. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для пространства R^n.

2. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах, их свойства. Полные метрические пространства: определение и примеры. Принцип сжимающих отображений (теорема Банаха).

3. Числовые функции в метрических пространствах. Непрерывные и равномерно непрерывные функции. Свойства непрерывных функций на замкнутых ограниченных множествах в пространстве R^n: ограниченность, достижение наименьших и наибольших значений, равномерная непрерывность.

4. Дифференцируемость функции одной переменной; производная, дифференциал, их геометрический смысл. Применение производной для исследования функций. Дифференцируемость функции нескольких переменных, частные производные, дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости функции одной и нескольких переменных.

5. Элементарные функции одной переменной: показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические; способы их определения и основные свойства.

6. Общий подход к понятию интеграла – определенного, криволинейного, двойного. Геометрические приложения интеграла. Интегрируем ость непрерывной функции.

7. Основные понятия, связанные с числовыми рядами. Признаки сходимости знакоположительных и знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость.

8. Функциональные ряды. Степенные ряды, их основные свойства. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

9. Функции комплексной переменной, их непрерывность и дифференцируемость. Условия Коши-Римана. Элементарные функции комплексной переменной.

10. Дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия и методы решения. Теорема существования и единственности решения при

заданных начальных условиях.

11. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков, их решение и применения.

12. Мощность множества. Счетные множества и их свойства. Существование несчетных множеств. Континуальные множества. Сравнение мощностей.

Рекомендуемая литература:

1. С.М. Никольский. Курс математического анализа. Физматлит. 2000

2. А.Г. Мордкович. А.С. Солодовников. Математический анализ. Вербум-М.2000.

3. М.И. Шабунин. Теория функций комплексного переменного. Физматлит. 2002.

4. П.В. Семенов. Курс лекций по математическому анализу (мощность и мера числовых множеств). МГПУ. 2003.

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Аксиоматика Пеано натуральных чисел. Различные формы аксиомы индукции. Операции сложения и умножения натуральных чисел; их свойства. Отношение порядка на множестве натуральных чисел и его свойства.

2. Системы линейных уравнений. Основные теоремы: критерии совместности и определённости, теорема о фундаментальной системе решений, параметрическое задание линейного многообразия решений совместной системы линейных уравнений, правило Крамера.

3. Матрицы и определители. Алгебра матриц, группа обратимых матриц. Критерий обратимости матрицы. Свойства определителей Теорема о ранге матрицы. Определитель Ван дер Монда.

4. Конечномерные линейные пространства. Основная теорема о линейной зависимости. Базис и размерность. Координаты вектора относительно данного базиса. Теорема об изоморфизме конечномерных пространств.

5. Линейные отображения конечномерных пространств. Теорема о ранге и дефекте линейного отображения и её применения. Канонический вид линейного отображения.

6. Матрица линейного оператора. Теорема об изоморфизме алгебры линейных операторов конечномерного пространства и полной матричной алгебры. Характеристический многочлен линейного оператора. Структура операторов с простым спектром. Понятие о нормальной форме Жордана.

7. Кольцо вычетов по данному модулю. Группа примитивных вычетов Теоремы Эйлера и Ферма. Критерий Вильсона. Решение линейных неопределённых уравнений в целых числах.

8. Многочлены над полем. Схема Горнера и её применения. Теорема Безу. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов Евклида. Неприводимость многочлена над полем; признаки неприводимости.

9. Расширения полей. Степень конечного расширения. Теорема о строении простого алгебраического расширения. Теорема о примитивном элементе. Поле алгебраических чисел; его алгебраическая замкнутость Трансцендентные расширения, степень трансцендентности.

10. Поле комплексных чисел. Комплексные корни из единицы. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Решение уравнений степени ≤ 4 в поле комплексных чисел.

11. Теорема о строении циклических групп. Теорема о строении конечных абелевых групп Разложение группы по подгруппе; теорема Лагранжа. Теорема Кэли о вложении конечном группы в группу подстановок.

Рекомендуемая литература

1. А И. Кострикин, Основные структуры алгебры. - М.: ФИЛ, 2000

2. А И. Кострикин, Линейная алгебра. - М.: ФИЛ 2000

3. А И. Кострикин, Основы алгебры. - М.: ФИЛ 2000

4. Э Б. Винберг, Курс алгебры. -,М.: Факториал, 1999

5. Д.К. Фадеев, Лекции по алгебре. - М.: Наука, ФИЛ, 1984.

6. В.И. Нечаев, Числовые системы. - М.: Просвещение, 1975

7. С В. Ларин, Числовые системы. - Красноярск: К.Г.П.И., 1990.

8. А. А. Бухштаб, Теория чисел. - М: Просвещение, 1966

ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрические преобразования, группы преобразований. Движения, подобия и аффинные преобразования плоскости, их свойства. Применение к решению задач элементарной геометрии.

2. Построения циркулем и линейкой. Методы решения задач на построения. Разрешимость задачи на построение циркулем и линейкой. Построение другими инструментами. Построения Штейнера.

3. Требования, предъявляемые к системам аксиом. Исследование аксиоматики Вейля трехмерного евклидова пространства. Система аксиом Гильберта. Построение элементарной геометрии на основе аксиоматики Гильберта. Непротиворечивость системы аксиом Гильберта трехмерного евклидова пространства. Аксиоматика школьного курса геометрии.

4. Проблема пятого постулата. Теоремы Лежандра. Связь аксиомы параллельности с суммой углов треугольника. Предложения, эквивалентные аксиоме параллельности.

5. Аксиоматика Гильберта плоскости Лобачевского. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского. Свойства треугольников и четырехугольников на плоскости Лобачевского.

6. Модель Келли-Клейна плоскости Лобачевского. Непротиворечивость геометрии Лобачевского, независимость аксиомы параллельности от остальных аксиом Гильберта.

7. Равновеликие и равносоставленные многоугольники на плоскости. Теорема Бояи - Гервина. Равновеликие и равносоставленные многогранники, теорема Дене - Кагана (обзор).

8. Аксиоматики проективного пространства. Прямые на проективной плоскости. Модели проективной плоскости. Система координат, координаты точек и уравнения прямых. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.

9. Двойное отношение точек и прямых на проективной плоскости. Гармонические свойства полного четырехвершинника. Проективные преобразования и их свойства. Проективно-эквивалентные фигуры.

10. Проективная интерпретация аффинной и евклидовой геометрий.

11. Топологические пространства, примеры. Отделимость, связность и

компактность топологических пространств. Топологические многообразия. Ориентируемые и не ориентируемые двумерные многообразия и их классификация. Теорема Эйлера. Правильные многогранники в трехмерном евклидовом пространстве.

12. Свойства вектор-функций. Понятие гладкой кривой. Длина кривой, ее кривизна и кручение. Формулы Френе.

13. Первая квадратичная форма поверхности. Длина линии на поверхности, угол между кривыми и площадь куска поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности. Главные направления и главные кривизны. Полная и средняя кривизна. Изгибание поверхности. Теорема Гаусса о полной кривизне.

Рекомендуемая литература

1. С. Л. Атанасян. Геометрия 1.- М.: Жизнь и мысль, 2001.

2. Л. С. Атанасян, В.Т. Базылев. Геометрия. Ч. 1.- М.: Просвещение, 1986.

3. Л. С. Атанасян, В.Т. Базылев. Геометрия. Ч. 2.- М.: Просвещение, 1987.

4. Л. С. Атанасян. Геометрия Лобачевского.- М: Просвещение, 2001.

5. Берже М. Геометрия. - М.: «Мир». Ч. 1 и 2, 1984.

6. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. - М.: «Наука», 1978.

7. Трайнин Я. Л. Основания геометрии. - М.: Учпедгиз, 1961.

8. Д. Гильберт Основания геометрии. - М.: ГИТТ Л, 1948.

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

1. Конструирование содержания общего образования (в частности – математического). Математика как учебный предмет. Содержание математического образования: прошлое, настоящее, будущее. Роль и место математики в системе учебных предметов в школе.

2. Понятие методической системы обучения: цели и задачи обучения математике. Математические методы описания картины мира, математическое моделирование. Связь обучения и воспитания. Гуманитарный потенциал школьного курса математики.

3. Содержание и структура школьного курса математики. Содержание программ 1 – 4, 5 – 6, 7 – 9, 10 – 11 классов. Стандарты школьного математического образования, функции стандартов в организации обучения.

4. Профильная дифференциация обучения математике. Проблемы уровневой дифференциации при обучении математике в школе.

5. Дидактика: принципы дидактики, учение о методах в дидактике и особенности методов обучения математике.

6. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе.

7. Концепции и проблемы развивающего обучения. Обучение и развитие на уроках математики.

8. Методика обучения математическим доказательствам. Методика формирования математических умений. Организация усвоения математических понятий.

9. Роль, место и функции задач в обучении математике.

10. Методы педагогических исследований. Организация педагогического эксперимента и анализ его результатов. Методы обработки научного материала, возможности статистических методов. Статистические параметры и критерии. Применение методов математической статистики в педагогических исследованиях.

11. Психолого-педагогические основы организации учебного процесса в педвузе.

12. Методы научного познания в обучении математике в школе.

13. Система математического образования в зарубежных школах.

Рекомендуемая литература

1. А. С. Границкая "Научить думать и действовать" - М.: Просвещение, 1991 г.

2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Глазков Ю.А., Юдина И.И. Изучение геометрии в 7-9 классах: Методические рекомендации к учебнику. Книга для учителя. - М.: Просвещение, 1997.

3. Башмаков М.И. Уровень и профиль школьного математического образования // Математика в школе. - 1993. - № 2.

4. Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение. - М.: Знание, 1983.

5. Гальперин п.я. Формирование знаний и умений на основе теорий поэтапного формирования умственных действий. - М.: Изд- во МГУ, 1968.

6. Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике. М.: Педагогика, 1987.

7. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. - М.: ООО «Издательство «Вербум-М», ООО «Издательский центр «Академия», 2003.

8. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. - М.: Просвещение, 2004.

9. Зильберберг Н.И. Урок математики, подготовка и проведение. - М.: Просвещение, 1996.

10. Карп АЛ. Даю уроки математики. Книга для учителя: Из опыта работы. - М.: Просвещение, 1992.

11. Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Профильная дифференциация обучения математике // Математика в школе. -1990. - № 4.

12. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года / / Вестник образования. - 2002. -*N2* 6. - с. 11-40.

13. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Вестник образования. - 2002. - декабрь №2 4.

14. Крамор В.с. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. - М.: Просвещение, 1990.

15. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии. - М.: Просвещение, 1992.

16. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. - М.: Просвещение, 1968.

17. Манвелов С.Г. Конструирование современного урока математики. Кн. для учителя. - М.: Просвещение, 2002.

18. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: Учебное пособие для студ. физ.-мат. фак. пед. ин- тов / Сост. В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, В.Я. СаннинскиЙ. - М.: Просвещение, 1980.

19. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика: Учебное пособие для студ. пед. ин-тов по физ.-мат. спец. / Сост. В.И. Мишин. - М.: Просвещение, 1987.

20. Мордкович А.Г. Беседы с учителями математики. - М.: «Школа- пресс», 1995.

21. Мордкович А.Г: Новая концепция школьного курса алгебры // Математика в школе. - 1996. - N26.

22. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов - М.: Просвещение, 2002