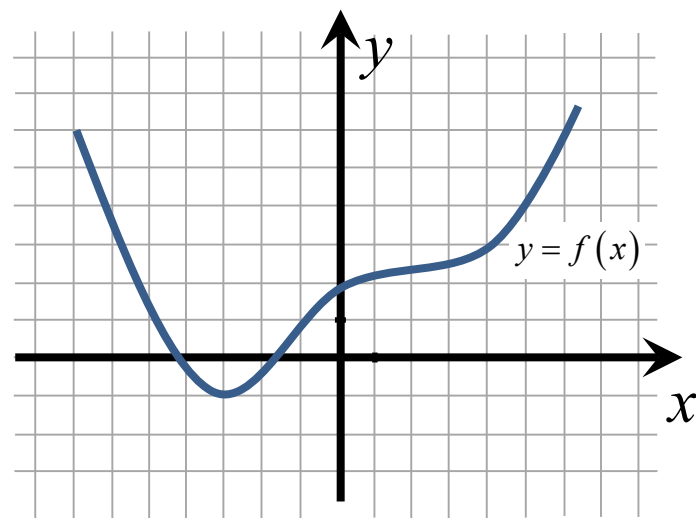
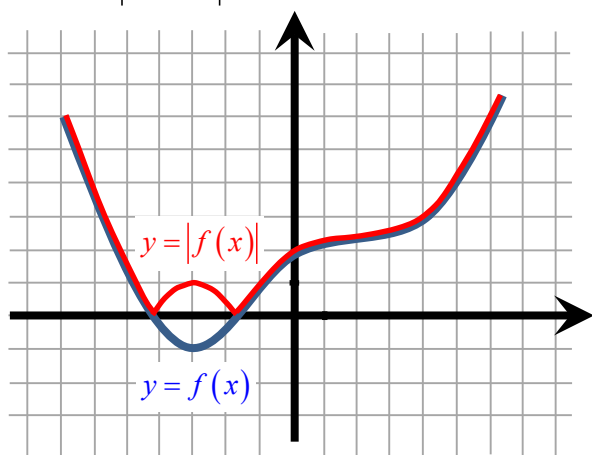


Пусть график функции $y=f(x)$ уже построен:

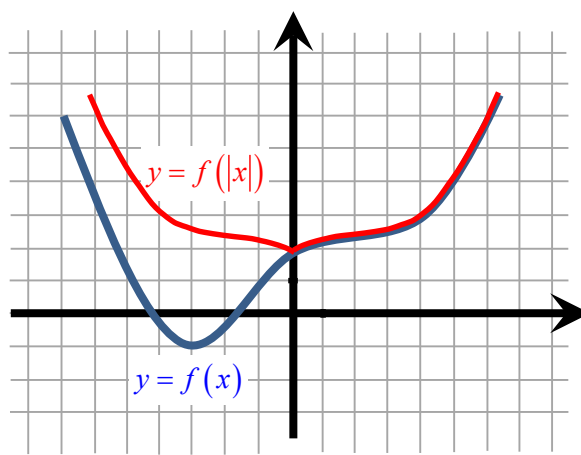


На его основе можно построить графики:

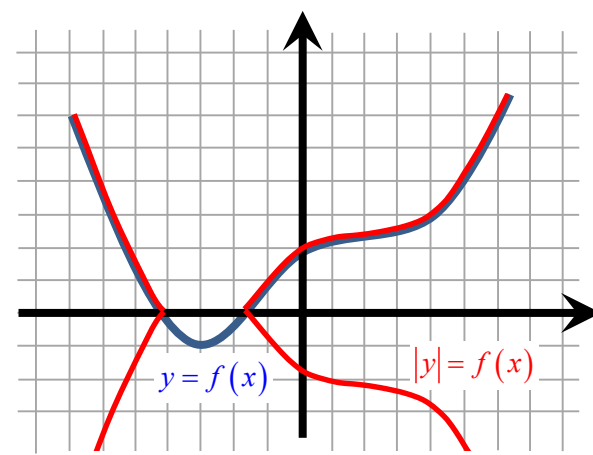
$$y=|f(x)|$$



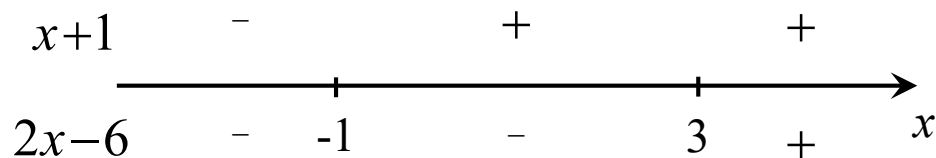
$$y=f(|x|)$$



$$|y|=f(x)$$

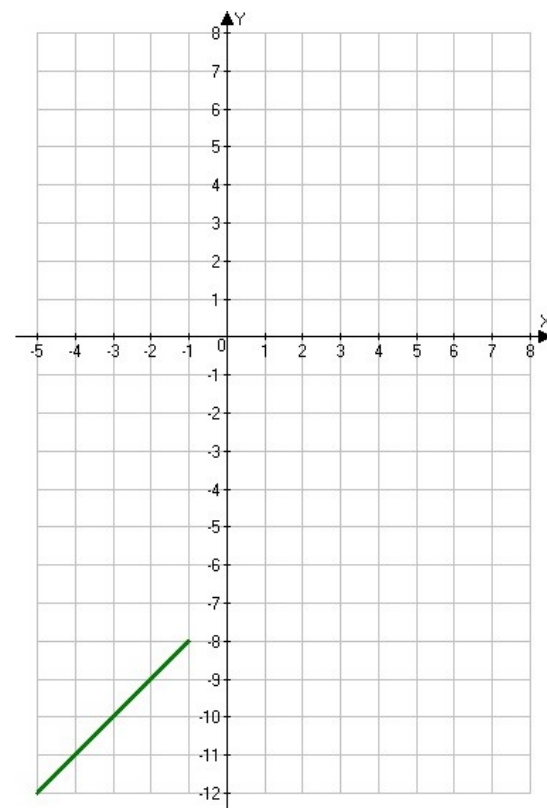


Построим график функции $y=|x+1|-|2x-6|$

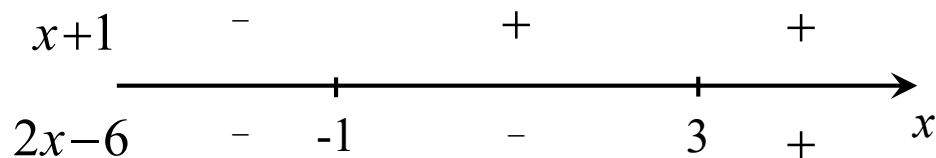


При $x < -1$ $y = -(x+1) + (2x-6)$
 $y = x - 7$

При $-1 \leq x \leq 3$ $y = (x+1) + (2x-6)$
 $y = 3x - 5$



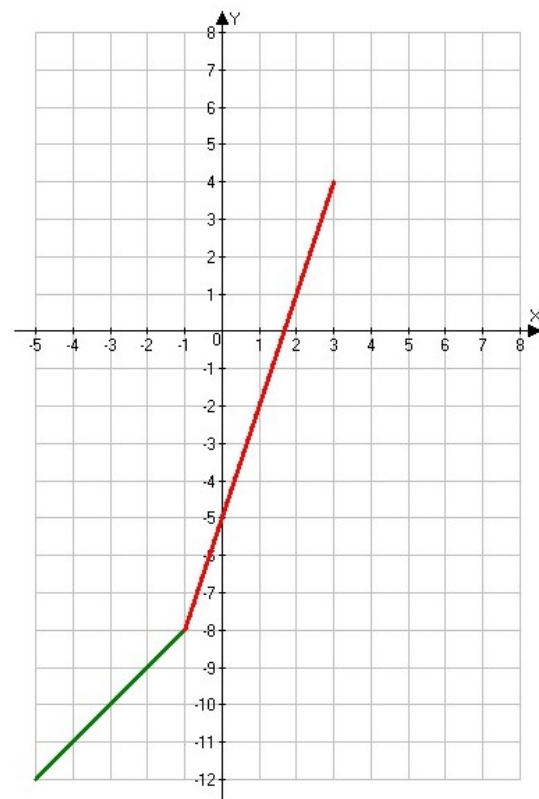
Построим график функции $y=|x+1|-|2x-6|$



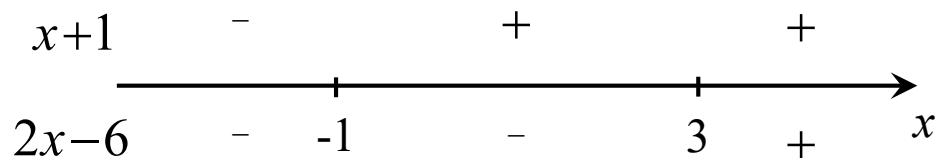
При $x < -1$ $y = -(x+1) + (2x-6)$
 $y = x - 7$

При $-1 \leq x \leq 3$ $y = (x+1) + (2x-6)$
 $y = 3x - 5$

При $x > 3$ $y = (x+1) - (2x-6)$
 $y = -x + 7$



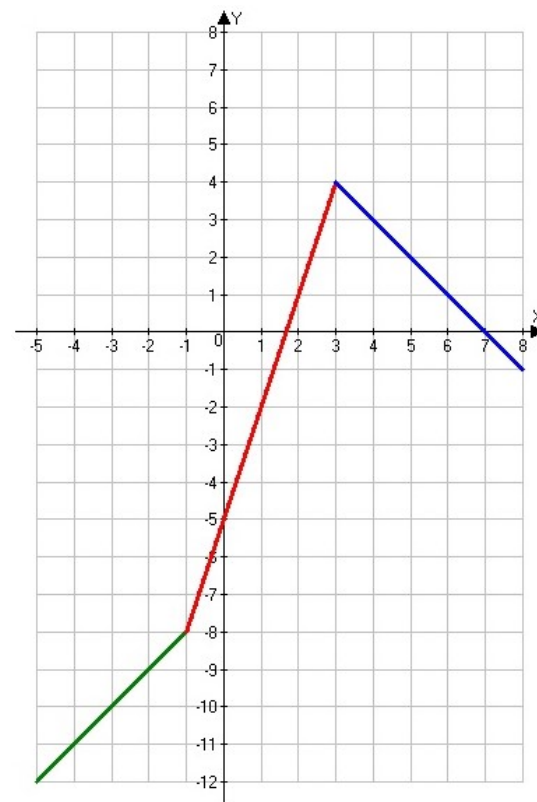
Построим график функции $y=|x+1|-|2x-6|$



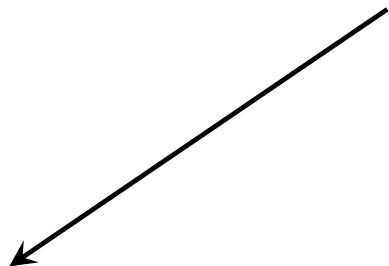
При $x < -1$ $y = -(x+1) + (2x-6)$
 $y = x - 7$

При $-1 \leq x \leq 3$ $y = (x+1) + (2x-6)$
 $y = 3x - 5$

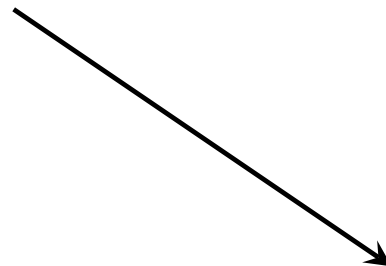
При $x > 3$ $y = (x+1) - (2x-6)$
 $y = -x + 7$



Вопрос задачи с параметром может касаться



непосредственного
исследования
данной функции

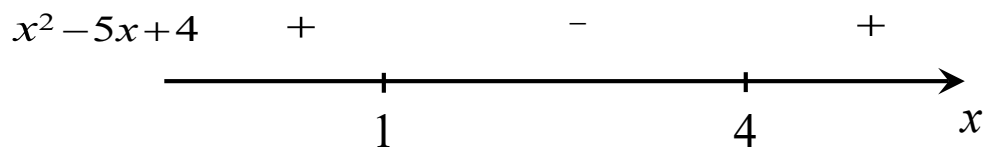


решения уравнения,
неравенства
или их системы

N1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых график функции $y = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| + a$ пересекает ось абсцисс менее, чем в трех различных точках.

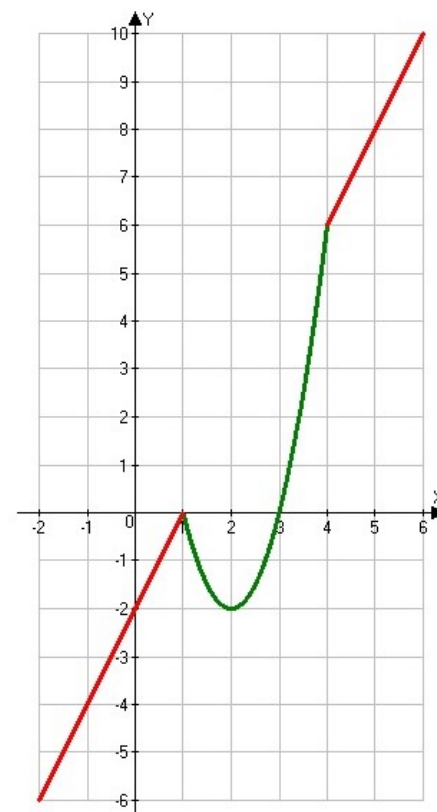
Решение

При $a = 0$ $y = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4|$



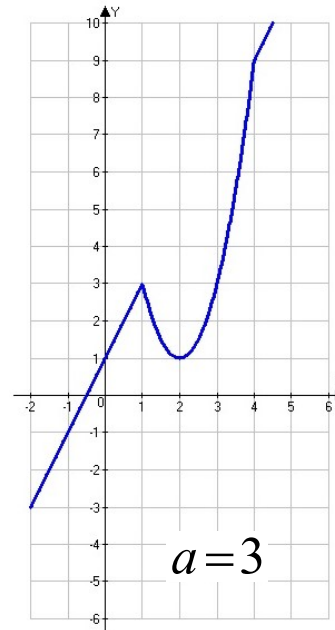
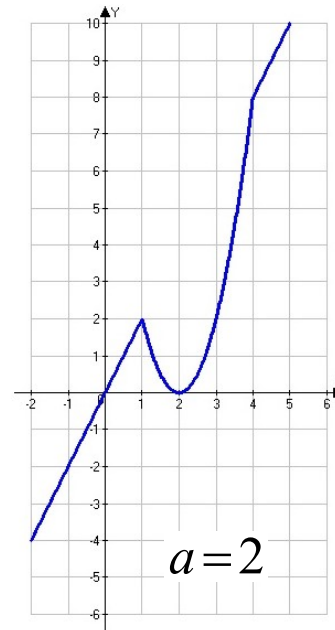
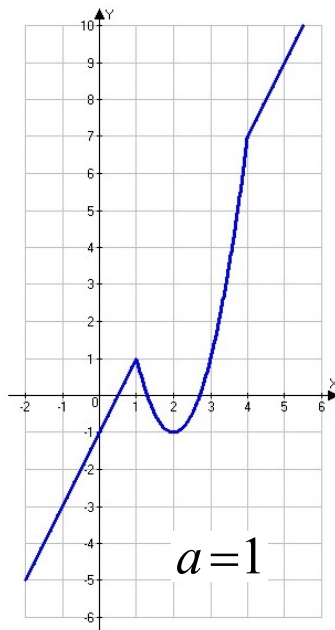
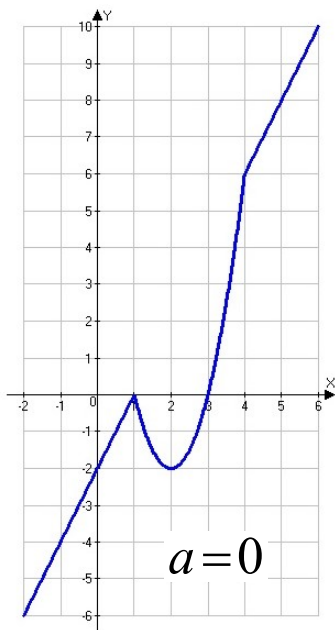
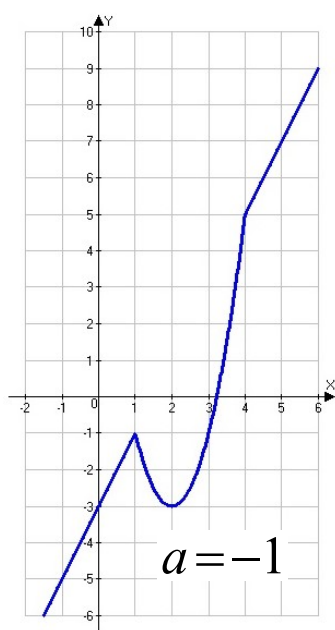
$$x \in (1; 4) \Rightarrow y = 2x^2 - 8x + 6$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty) \Rightarrow y = 2x - 2$$



N1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых график функции $y = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| + a$ пересекает ось абсцисс менее, чем в трех различных точках.

Решение



Ответ: $a \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

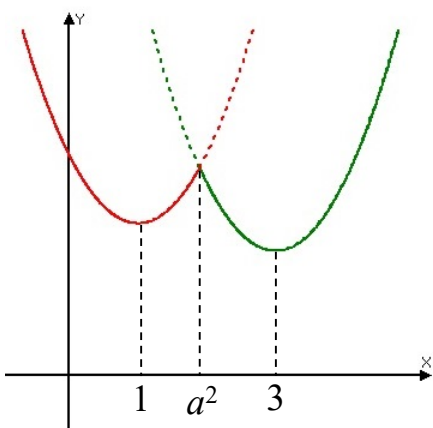
№2. Исследуем на возможное количество точек экстремума

$$\text{функцию } y = x^2 - 2|x - a^2| - 4x.$$

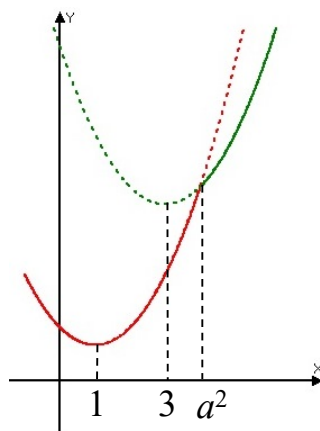
Решение

$x \geq a^2 \Rightarrow y = x^2 - 6x + 2a^2 \leftarrow$ парабола с ветвями вверх, $x_{\text{г.}} = 3$

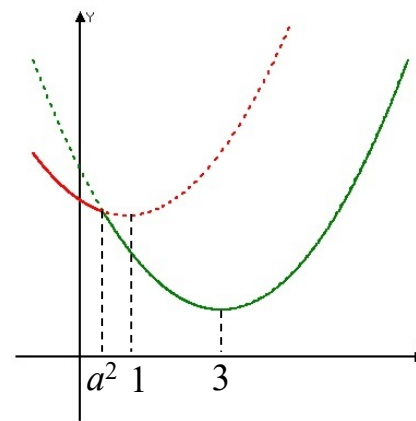
$x < a^2 \Rightarrow y = x^2 - 2x - 2a^2 \leftarrow$ парабола с ветвями вверх, $x_{\text{г.}} = 1$



$$1 < |a| < \sqrt{3}$$



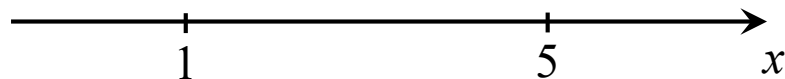
$$|a| \geq \sqrt{3}$$



$$|a| \leq 1$$

№3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $y = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

Решение

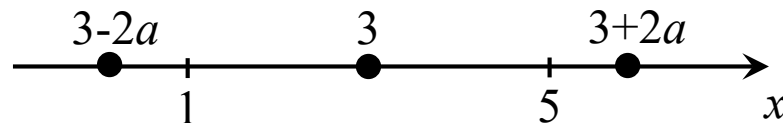


$$x \in [1; 5] \Rightarrow y = -x^2 + 2(3 + 2a)x - 5 \leftarrow \text{ветви вниз, } x_{\text{в.}} = 3 + 2a$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \Rightarrow y = x^2 - 2(3 - 2a)x + 5 \leftarrow \text{ветви вверх, } x_{\text{в.}} = 3 - 2a$$

№3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $y = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

Решение

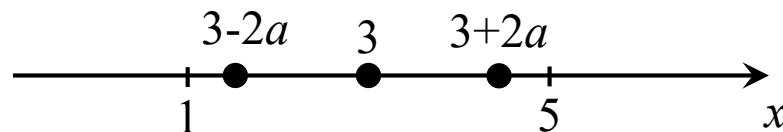


$$x \in [1; 5] \Rightarrow y = -x^2 + 2(3+2a)x - 5 \leftarrow \text{ветви вниз, } x_{\text{в.}} = 3+2a$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \Rightarrow y = x^2 - 2(3-2a)x + 5 \leftarrow \text{ветви вверх, } x_{\text{в.}} = 3-2a$$

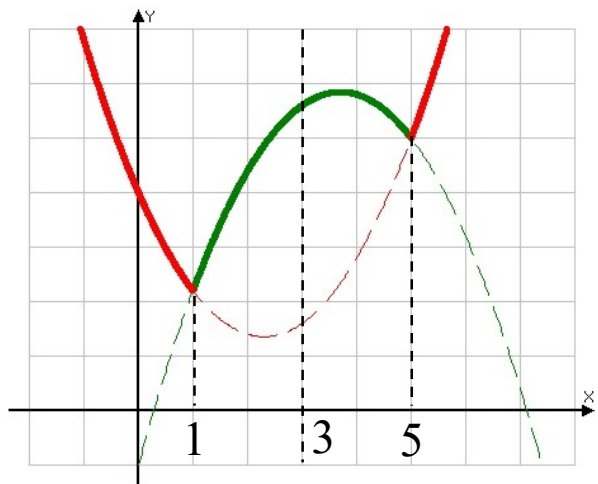
№3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $y = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

Решение



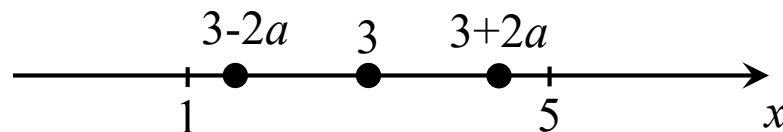
$$x \in [1; 5] \Rightarrow y = -x^2 + 2(3+2a)x - 5 \leftarrow \text{ветви вниз, } x_{\text{г.}} = 3+2a$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \Rightarrow y = x^2 - 2(3-2a)x + 5 \leftarrow \text{ветви вверх, } x_{\text{г.}} = 3-2a$$



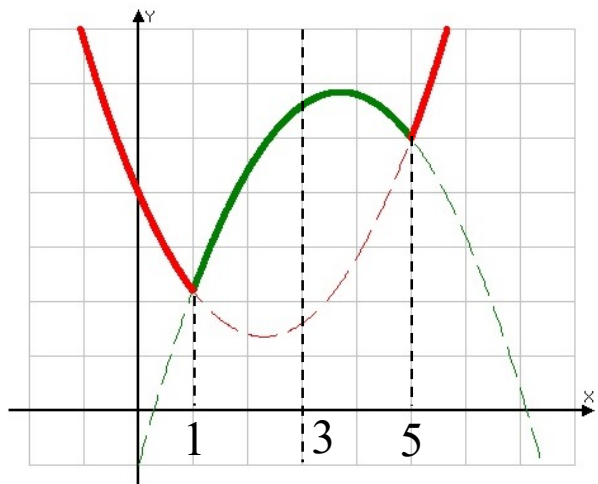
№3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $y = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

Решение



$$x \in [1; 5] \Rightarrow y = -x^2 + 2(3+2a)x - 5 \leftarrow \text{ветви вниз, } x_{\text{г.}} = 3 + 2a$$

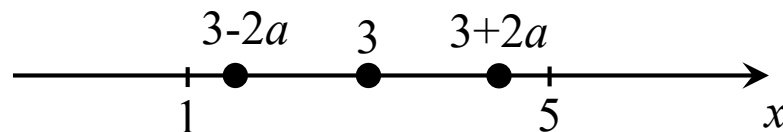
$$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \Rightarrow y = x^2 - 2(3-2a)x + 5 \leftarrow \text{ветви вверх, } x_{\text{г.}} = 3 - 2a$$



$$\left\{ \begin{array}{l} |2a| \leq 2, \end{array} \right.$$

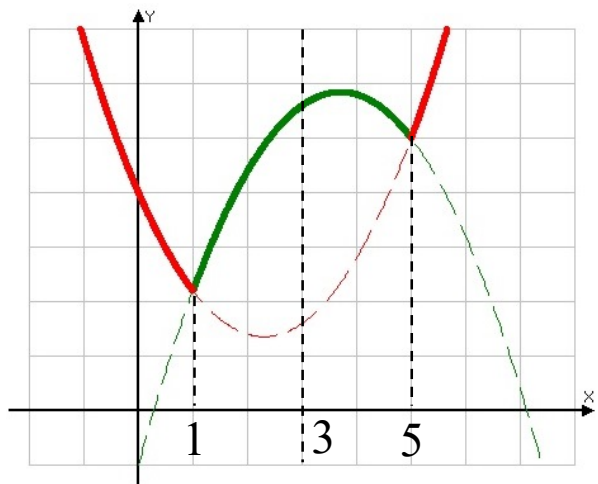
№3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $y = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

Решение



$$x \in [1; 5] \Rightarrow y = -x^2 + 2(3+2a)x - 5 \leftarrow \text{ветви вниз, } x_{\text{в.}} = 3+2a$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \Rightarrow y = x^2 - 2(3-2a)x + 5 \leftarrow \text{ветви вверх, } x_{\text{в.}} = 3-2a$$



$$\begin{cases} |2a| \leq 2, \\ f(1) > -24, \\ f(5) > -24. \end{cases}$$

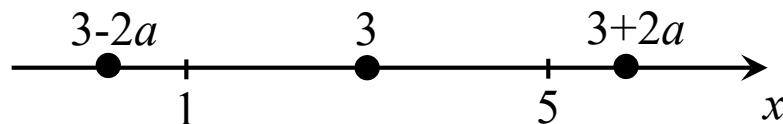
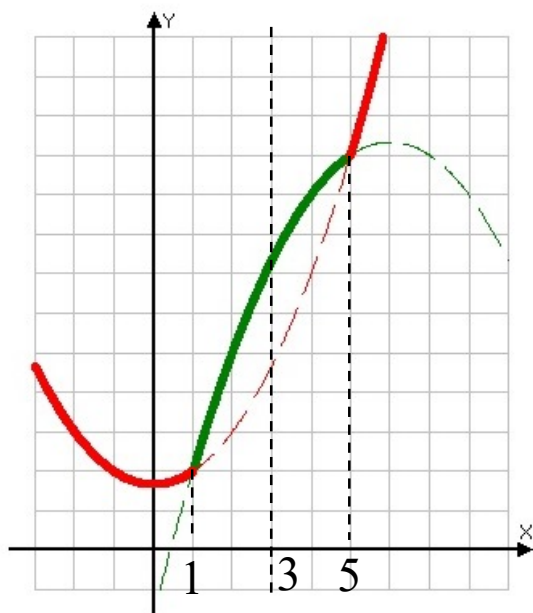
$$a \in [-1; 1]$$

№3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $y = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

Решение

$$x \in [1; 5] \Rightarrow y = -x^2 + 2(3 + 2a)x - 5 \leftarrow \text{ветви вниз, } x_{\text{в.}} = 3 + 2a$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \Rightarrow y = x^2 - 2(3 - 2a)x + 5 \leftarrow \text{ветви вверх, } x_{\text{в.}} = 3 - 2a$$



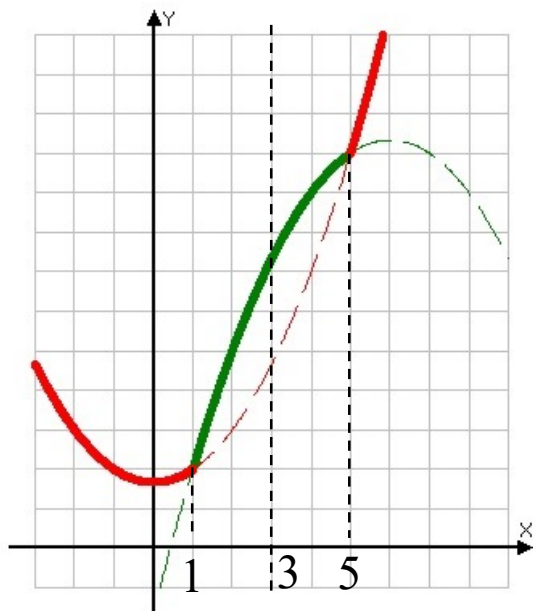
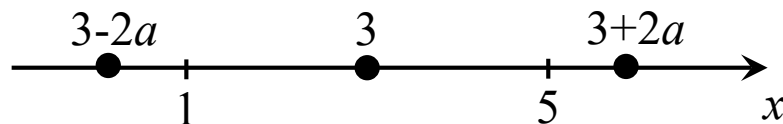
$$\left\{ \begin{array}{l} |2a| > 2, \end{array} \right.$$

№3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $y = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

Решение

$$x \in [1; 5] \Rightarrow y = -x^2 + 2(3+2a)x - 5 \leftarrow \text{ветви вниз, } x_{\text{в.}} = 3+2a$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \Rightarrow y = x^2 - 2(3-2a)x + 5 \leftarrow \text{ветви вверх, } x_{\text{в.}} = 3-2a$$



$$\begin{cases} |2a| > 2, \\ f(3-2a) > -24. \end{cases}$$

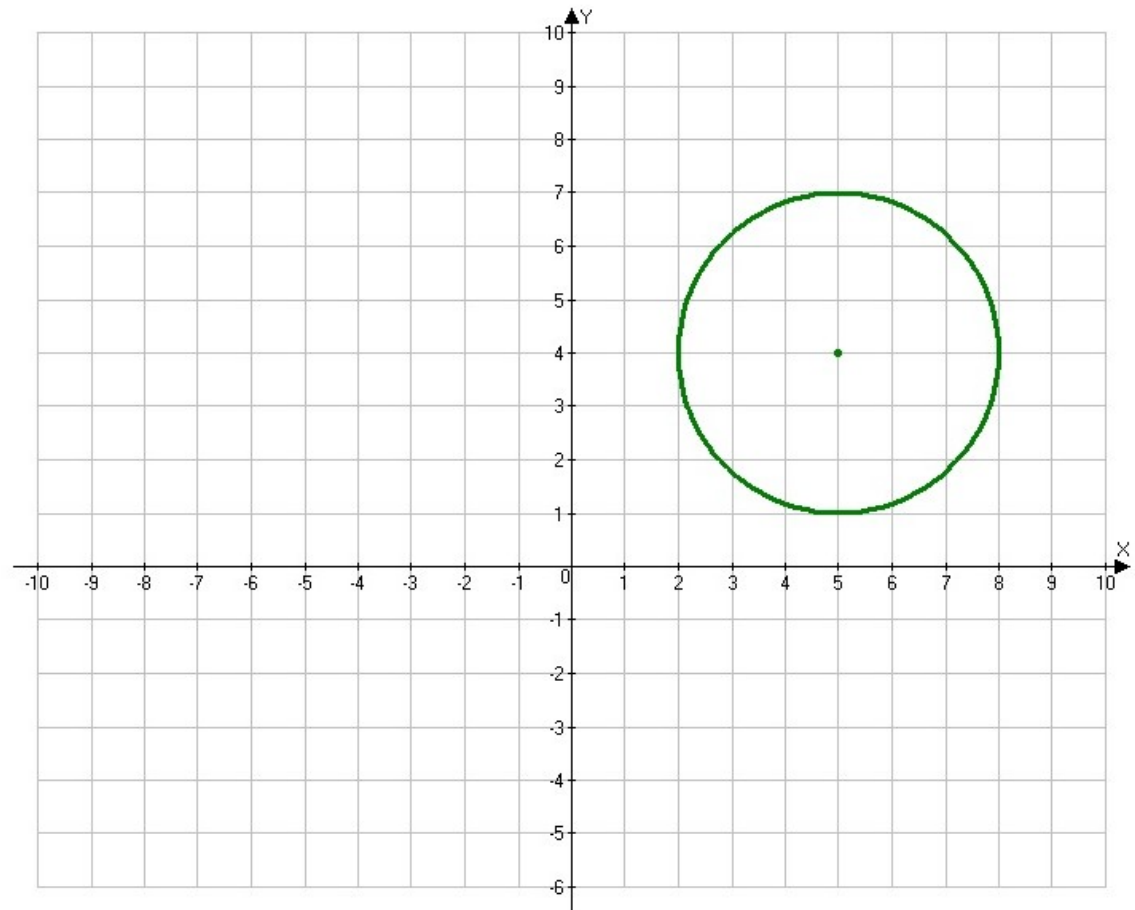
$$a \in \left(\frac{3-\sqrt{29}}{2}; -1 \right) \cup \left(1; \frac{3+\sqrt{29}}{2} \right) + a \in [-1; 1]$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3-\sqrt{29}}{2}; \frac{3+\sqrt{29}}{2} \right)$$

№4. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом

из которых система
$$\begin{cases} (|x|-5)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

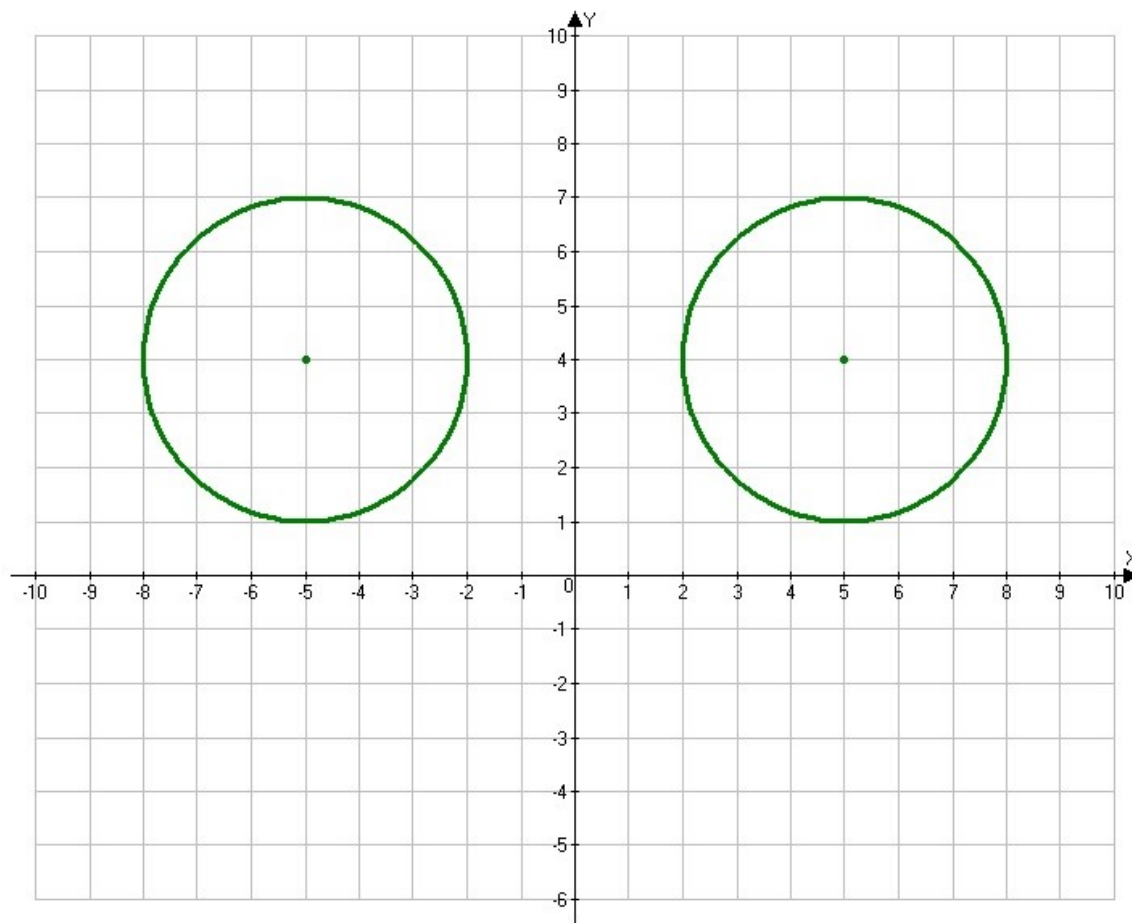
$$(x-5)^2 + (y-4)^2 = 9$$



№4. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом

из которых система
$$\begin{cases} (|x|-5)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

$$(|x|-5)^2 + (y-4)^2 = 9$$

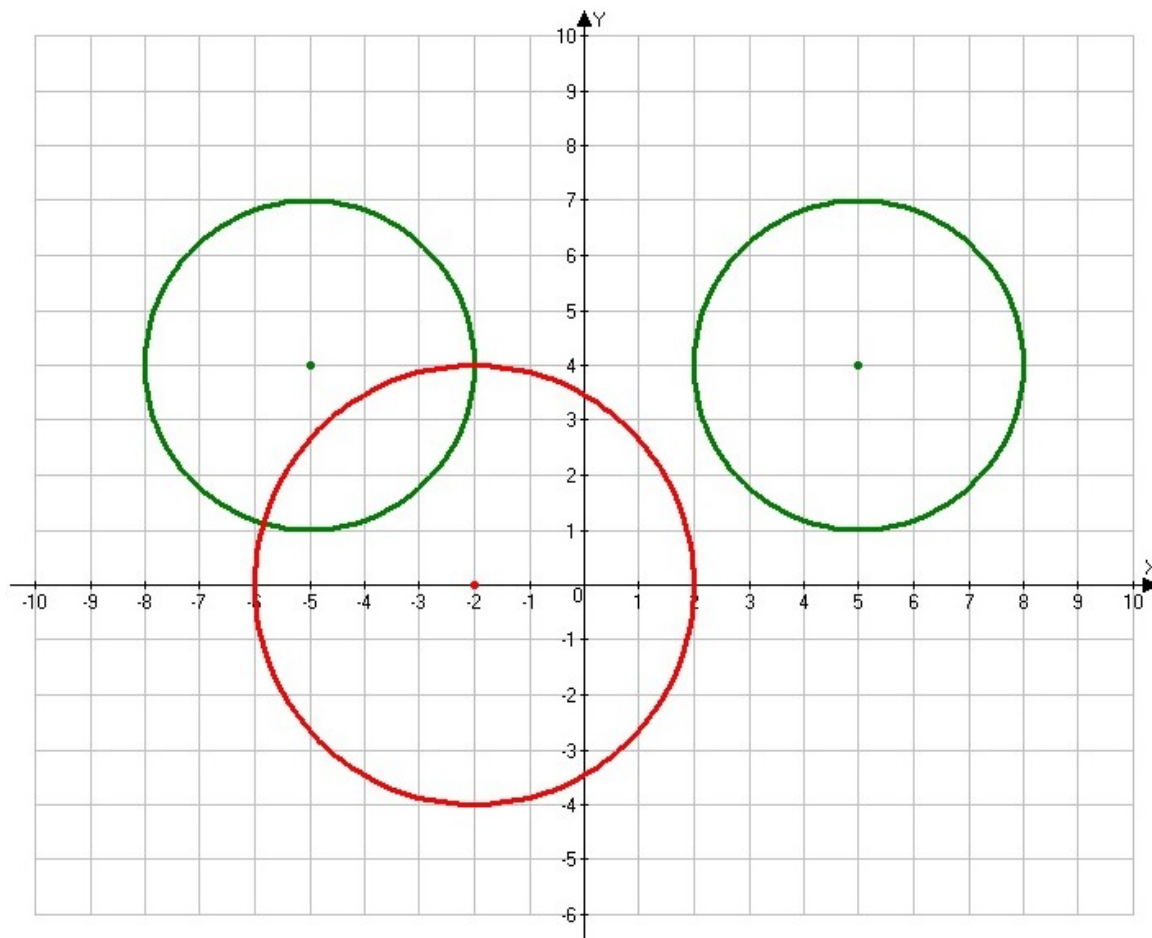


№4. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом

из которых система
$$\begin{cases} (|x|-5)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

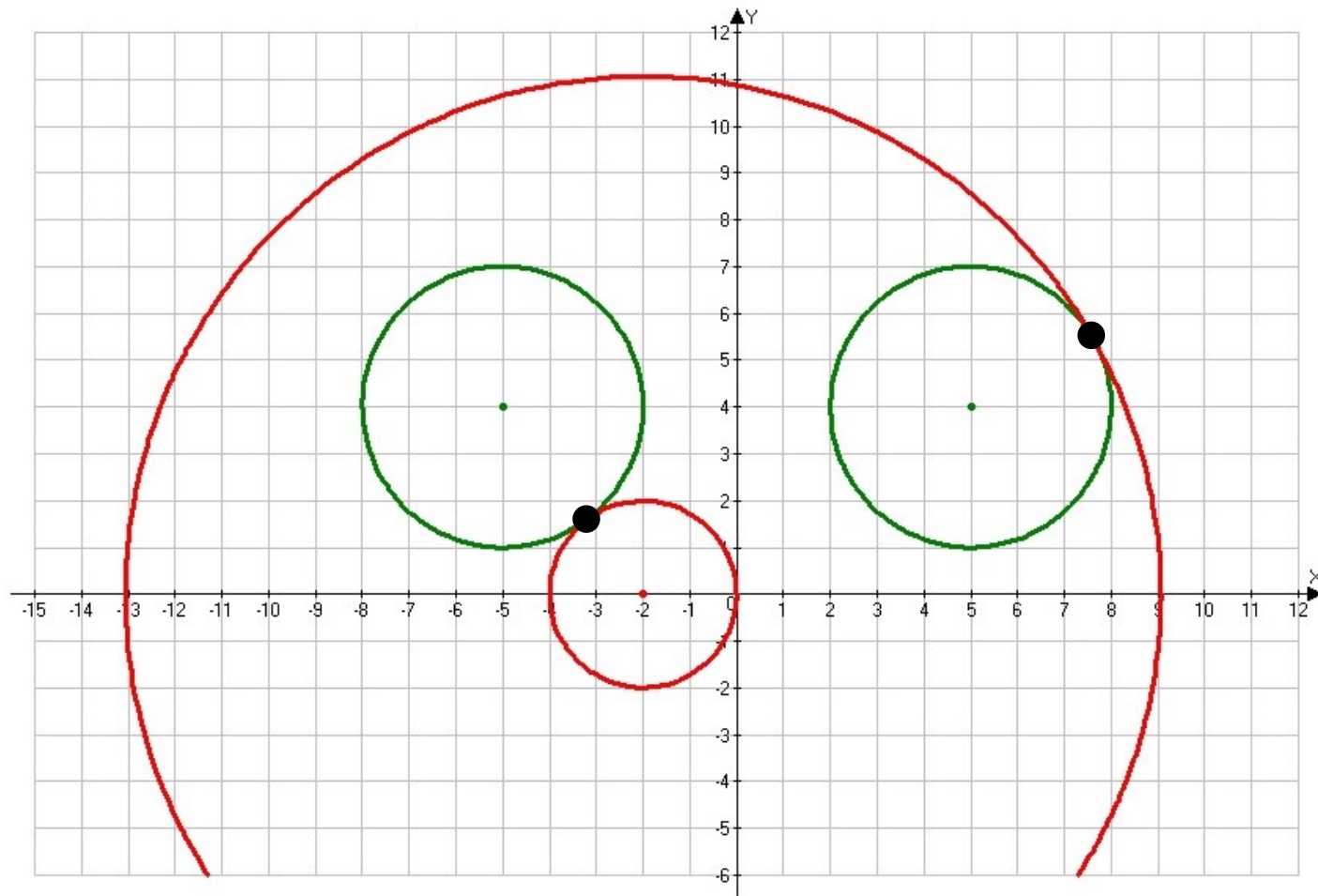
$$(|x|-5)^2 + (y-4)^2 = 9$$

$$(x+2)^2 + y^2 = a^2$$



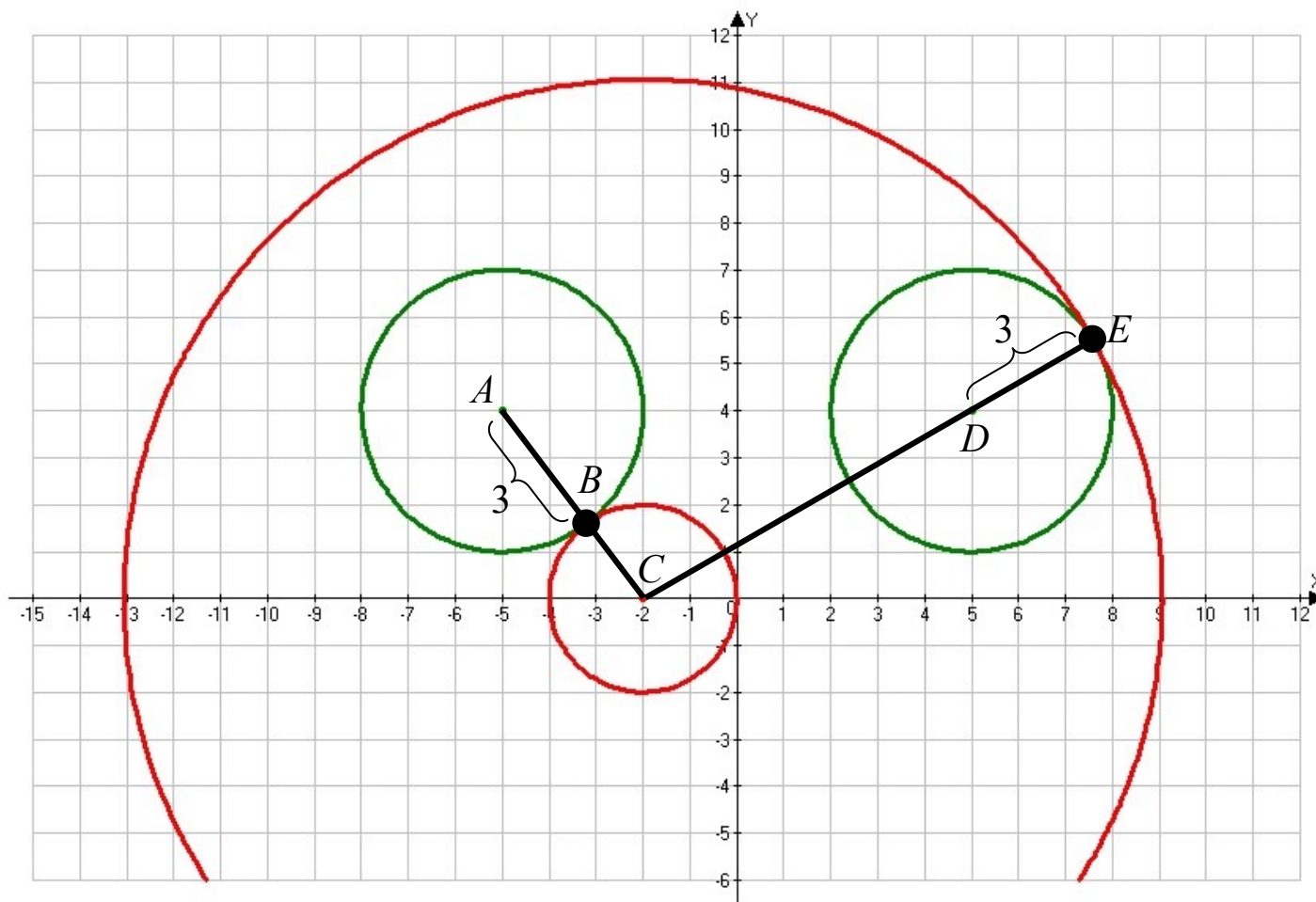
№4. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом

из которых система
$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.



№4. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом

из которых система
$$\begin{cases} (|x|-5)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

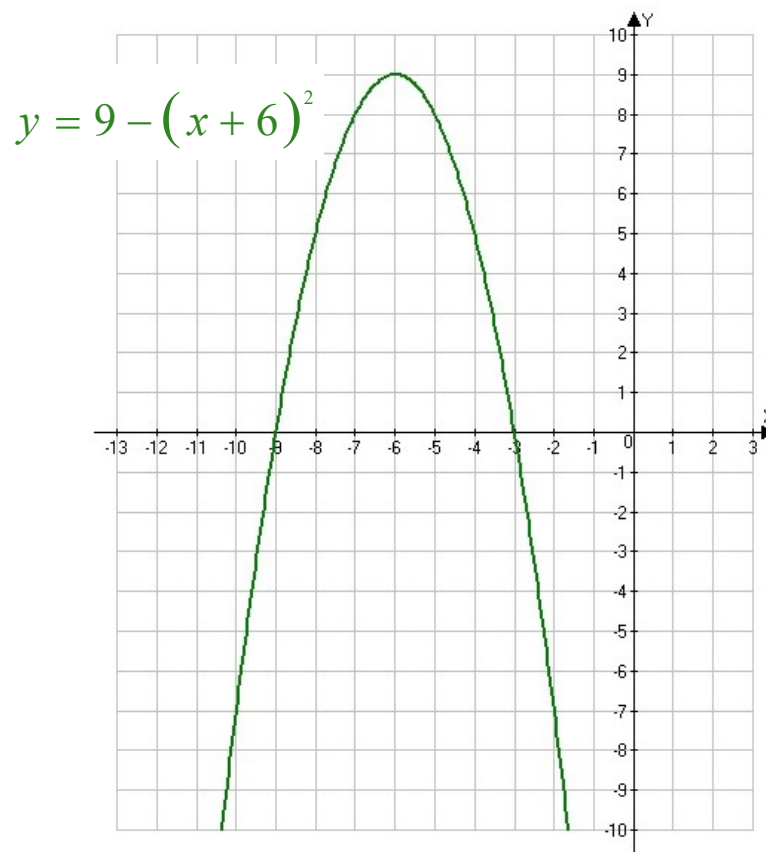


№5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 12x + |y| + 27 = 0, \\ x^2 + (y - a)(y + a) = -12(x + 3) \end{cases} \quad \text{имеет ровно 4 решения.}$$

Решение

$$\begin{cases} |y| = 9 - (x + 6)^2, \\ (x + 6)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$



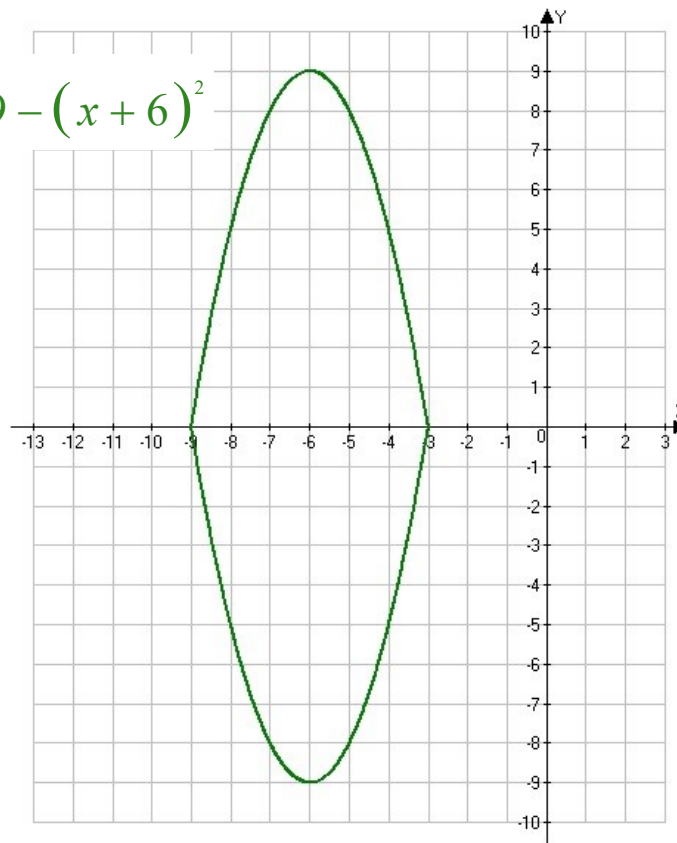
№5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 12x + |y| + 27 = 0, \\ x^2 + (y - a)(y + a) = -12(x + 3) \end{cases} \quad \text{имеет ровно 4 решения.}$$

Решение

$$\begin{cases} |y| = 9 - (x + 6)^2, \\ (x + 6)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

$$|y| = 9 - (x + 6)^2$$



№5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 12x + |y| + 27 = 0, \\ x^2 + (y - a)(y + a) = -12(x + 3) \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

Решение

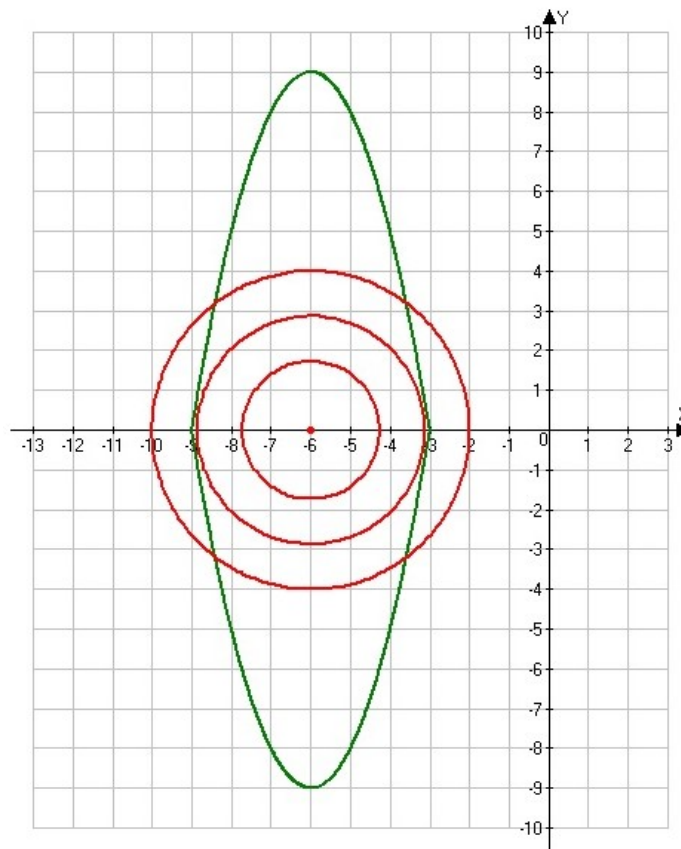
$$\begin{cases} |y| = 9 - (x + 6)^2, \\ (x + 6)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad 3 < R < 9 &\Rightarrow 9 < a^2 < 81 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a \in (-9; -3) \cup (3; 9) \end{aligned}$$

2) Случай касания

$$\begin{cases} y = 9 - (x + 6)^2 \\ (x + 6)^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \rightarrow 2 \text{ решения}$$

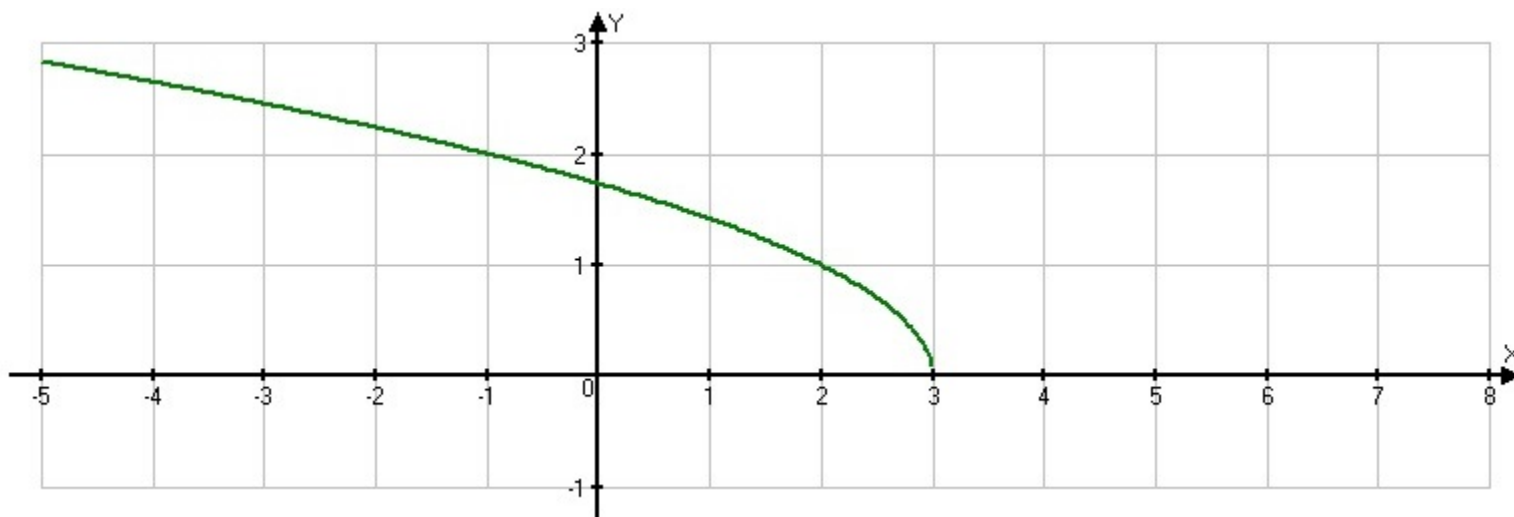
$$y^2 - y + 9 - a^2 = 0 \rightarrow 1 \text{ решение}$$



№ 6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решения неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

Решение

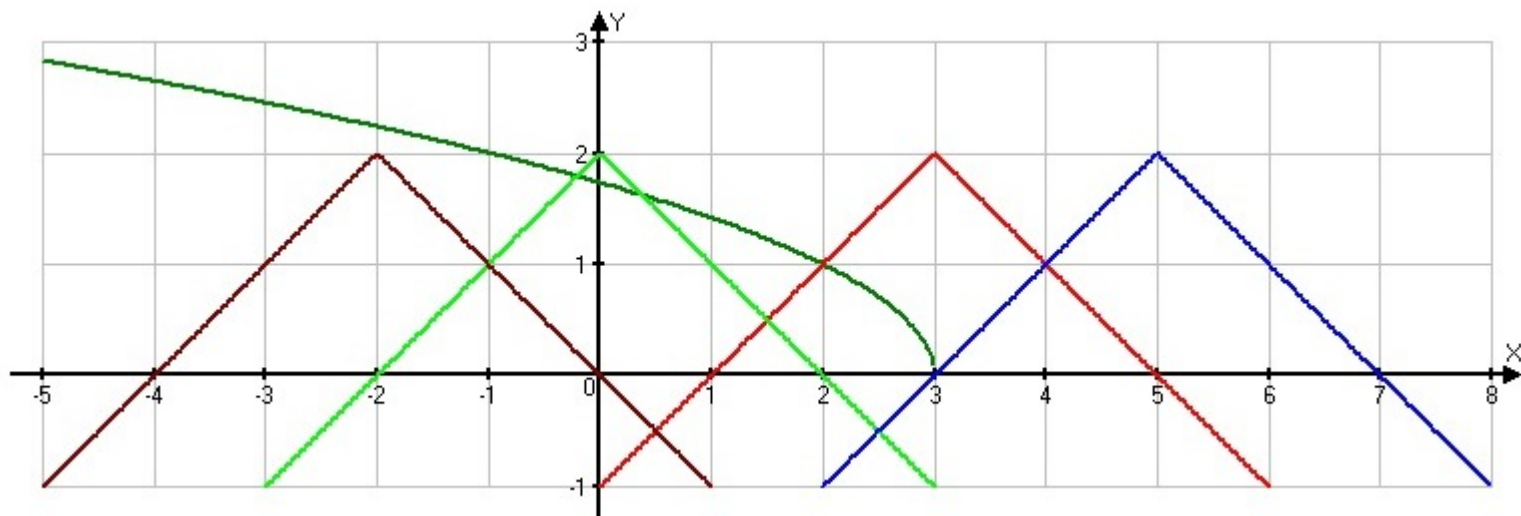
$$\sqrt{3-x} \leq 2 - |x-a|$$



№ 6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решения неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

Решение

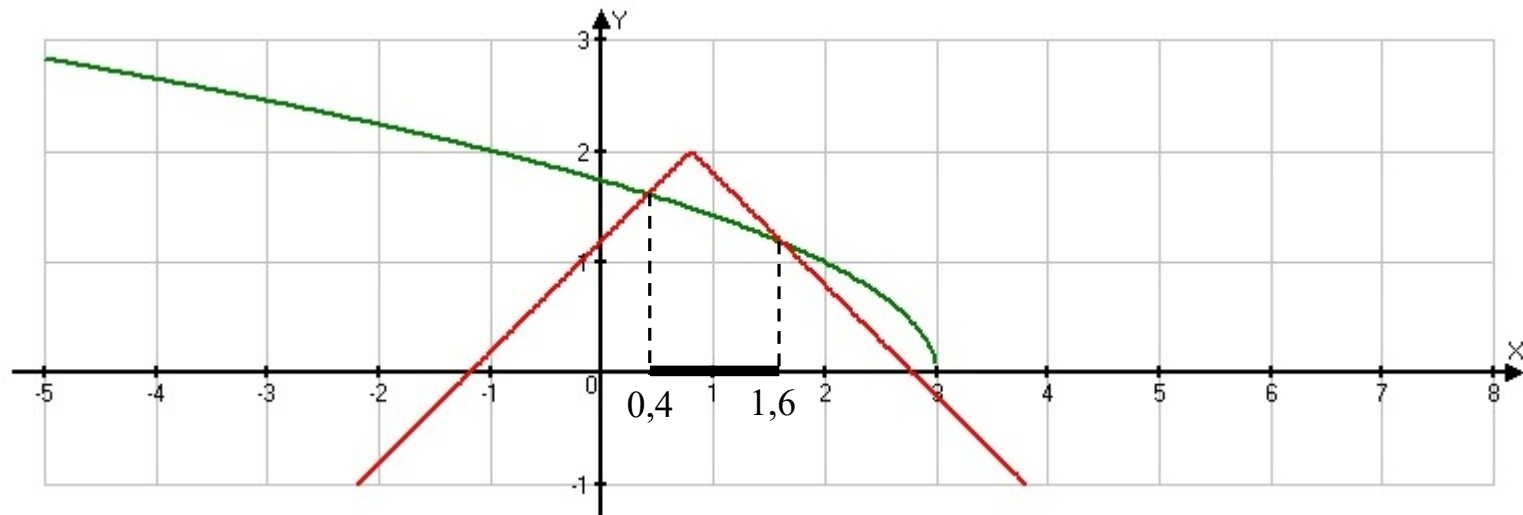
$$\sqrt{3-x} \leq 2 - |x-a|$$



№ 6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решения неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

Решение

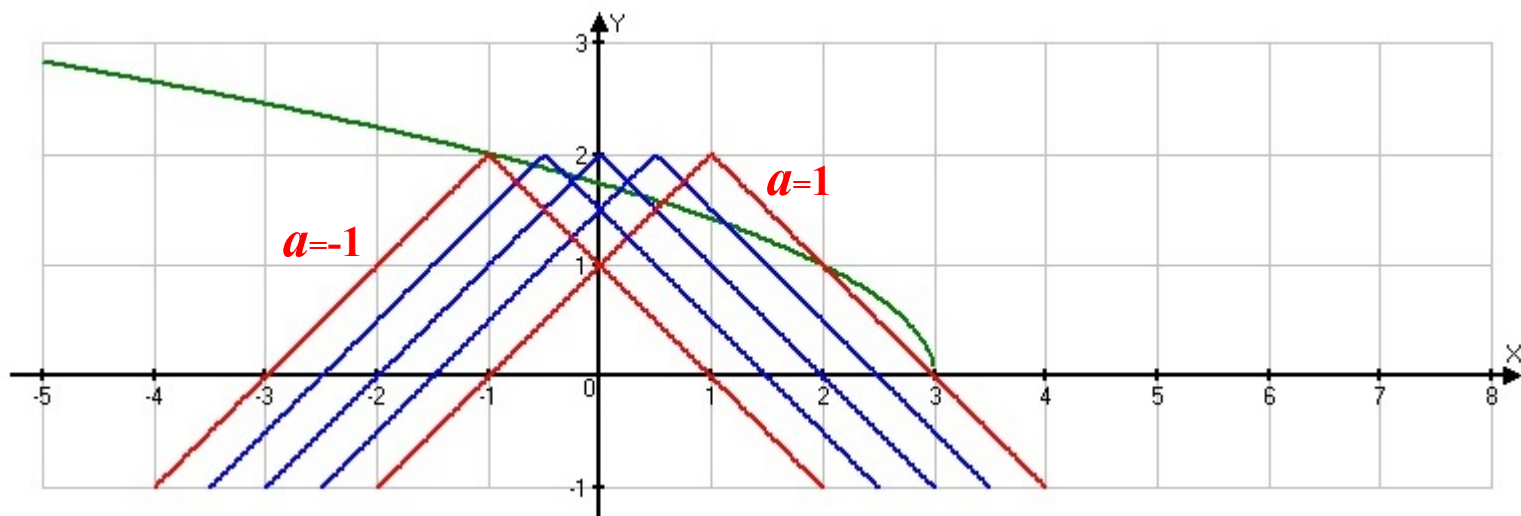
$$\sqrt{3-x} \leq 2 - |x-a|$$



№ 6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решения неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

Решение

$$\sqrt{3-x} \leq 2 - |x-a|$$

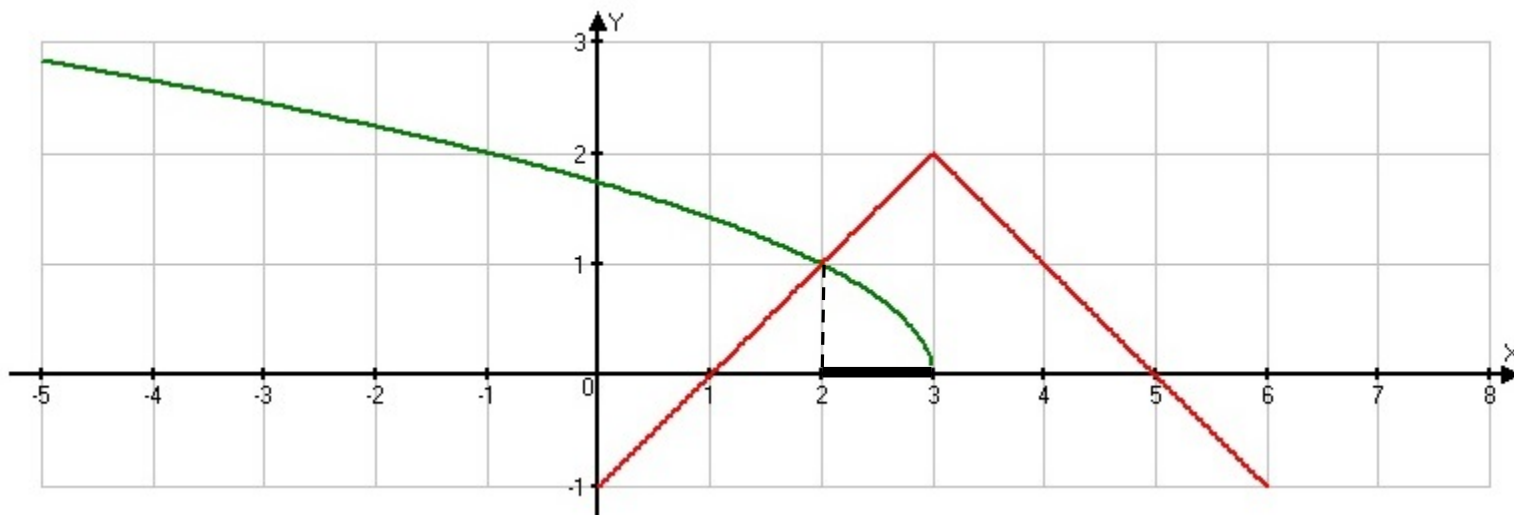


$$a \in (-1; 1)$$

№ 6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решения неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

Решение

$$\sqrt{3-x} \leq 2 - |x-a|$$

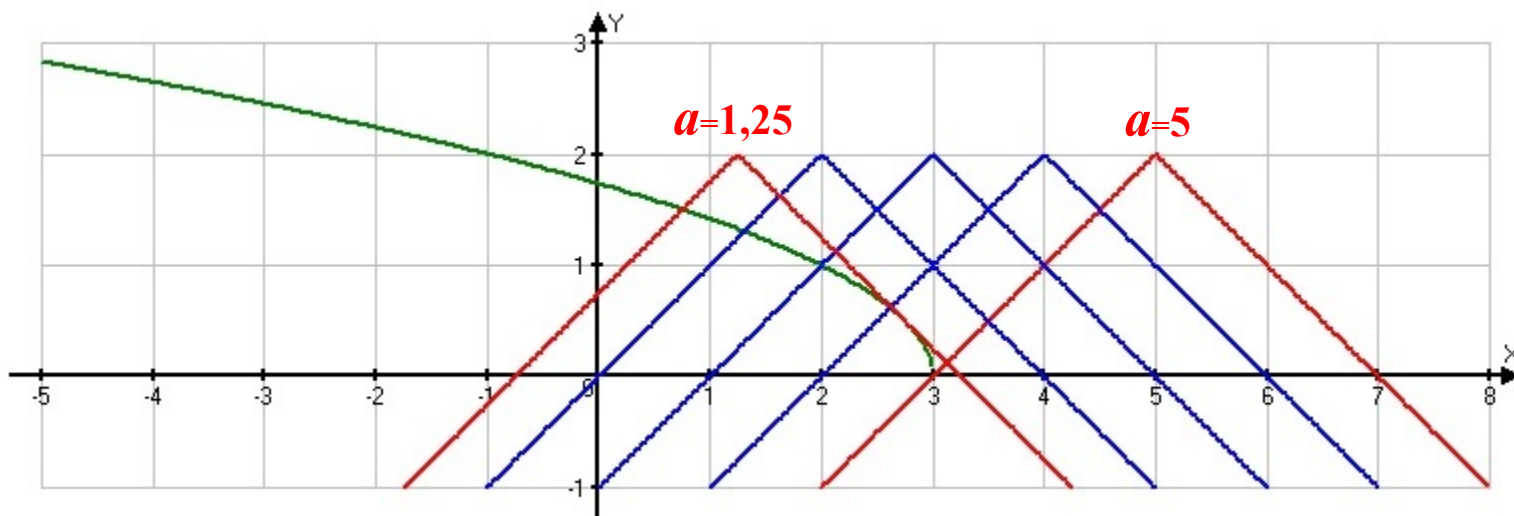


$$a \in (-1; 1)$$

№ 6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решения неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

Решение

$$\sqrt{3-x} \leq 2 - |x-a|$$



$$a \in (-1; 1)$$

+

$$a \in [1,25; 5)$$

$$\text{Ответ: } (-1; 1) \cup [1,25; 5)$$

N 7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a^2 + 7|x| + 49 \log_7(2x^2 + 7) = 7a + 3|2x - 7a|$ имеет хотя бы один корень.

Решение

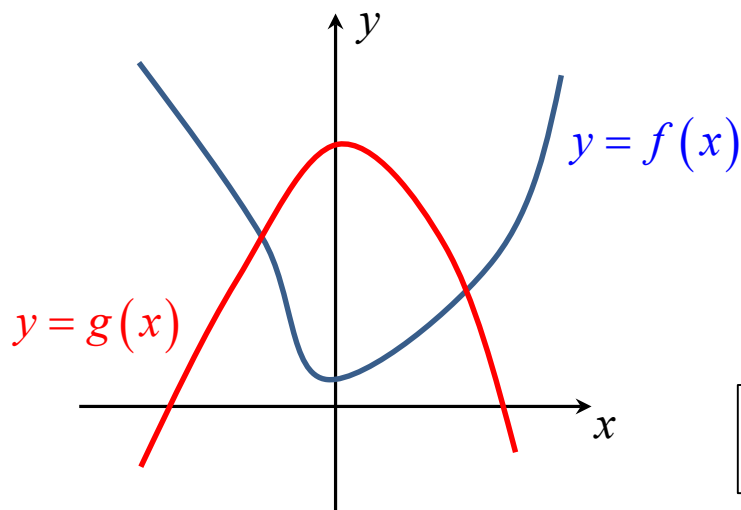
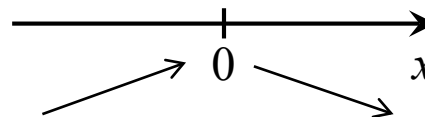
$$a^2 - 7a + 49 \log_7(2x^2 + 7) = 3|2x - 7a| - 7|x|$$

№ 7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a^2 + 7|x| + 49 \log_7(2x^2 + 7) = 7a + 3|2x - 7a|$ имеет хотя бы один корень.

Решение

$$\underbrace{a^2 - 7a + 49 \log_7(2x^2 + 7)}_{f(x)} = \underbrace{3|2x - 7a| - 7|x|}_{g(x)}$$

$$f_{\text{наим.}} = f(0) = a^2 - 7a + 49$$



$$g_{\text{наиб.}} = g(0) = 21|a|$$

$$f_{\text{наим.}} \leq g_{\text{наиб.}}$$

$$a^2 - 7a + 49 \leq 21|a|$$

Ответ : $a \in \{-7\} \cup [14 - 7\sqrt{3}; 14 + 7\sqrt{3}]$
--

Для монотонной функции $f(x)$

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

№8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^6 + (5a - 8x)^3 + 3x^2 + 15a = 24x$ не имеет корней.

Решение

$$x^6 + 3x^2 = (8x - 5a)^3 + 3(8x - 5a)$$

$$f(t) = t^3 + 3t$$

№8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^6 + (5a - 8x)^3 + 3x^2 + 15a = 24x$ не имеет корней.

Решение

$$\underbrace{x^6 + 3x^2}_{f(x^2)} = \underbrace{(8x - 5a)^3 + 3(8x - 5a)}_{f(8x - 5a)}$$

$$f(t) = t^3 + 3t$$

$$x^2 = 8x - 5a$$

$$x^2 - 8x + 5a = 0$$

$$D = 64 - 20a < 0 \Rightarrow \boxed{a > \frac{16}{5}}$$

№9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

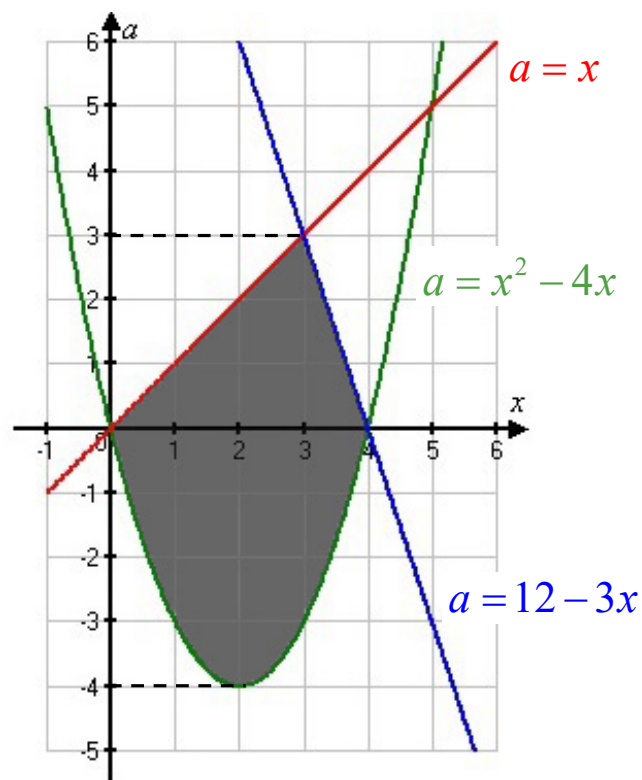
$$\begin{cases} a + 3x \leq 12, \\ a + 4x \geq x^2, \\ a \leq x \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

Решение

$$\begin{cases} a \leq 12 - 3x, \\ a \geq x^2 - 4x, \\ a \leq x. \end{cases}$$

Ответ: $a \in [-4; 3]$



$$A(x_1; y_1) \quad B(x_2; y_2) \quad AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

N10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное

решение система уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}, \\ x^2 + (y-4)^2 = 16. \end{cases}$$

Решение

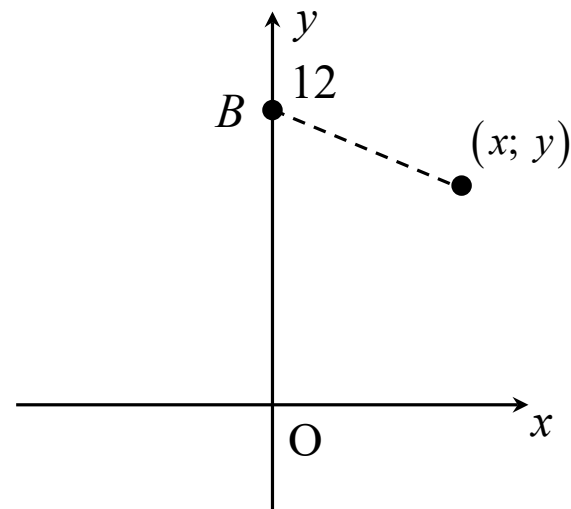
$$\sqrt{x^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}$$

N10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное

решение система уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}, \\ x^2 + (y-4)^2 = 16. \end{cases}$$

Решение

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + (y-12)^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } B(0; 12)} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}$$

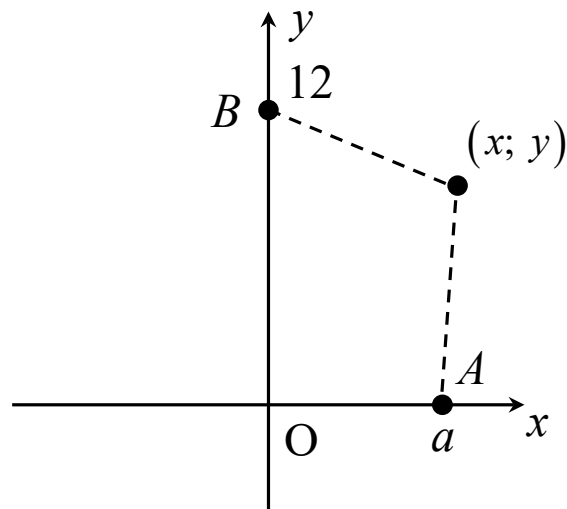


N10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное

решение система уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}, \\ x^2 + (y-4)^2 = 16. \end{cases}$$

Решение

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + (y-12)^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } B(0; 12)} + \underbrace{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } A(a; 0)} = \sqrt{a^2 + 144}$$

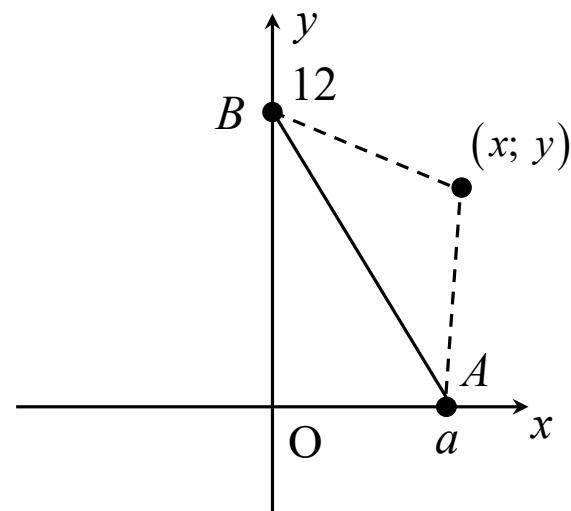


N10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное

решение система уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}, \\ x^2 + (y-4)^2 = 16. \end{cases}$$

Решение

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + (y-12)^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } B(0; 12)} + \underbrace{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } A(a; 0)} = \underbrace{\sqrt{a^2 + 144}}_{AB}$$

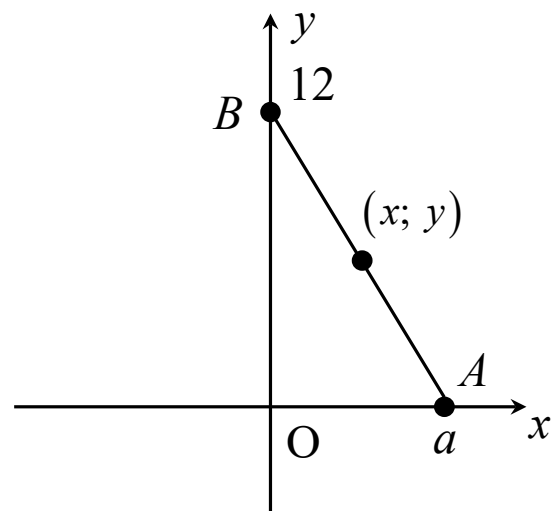


N10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное

решение система уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}, \\ x^2 + (y-4)^2 = 16. \end{cases}$$

Решение

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + (y-12)^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } B(0; 12)} + \underbrace{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } A(a; 0)} = \underbrace{\sqrt{a^2 + 144}}_{AB}$$

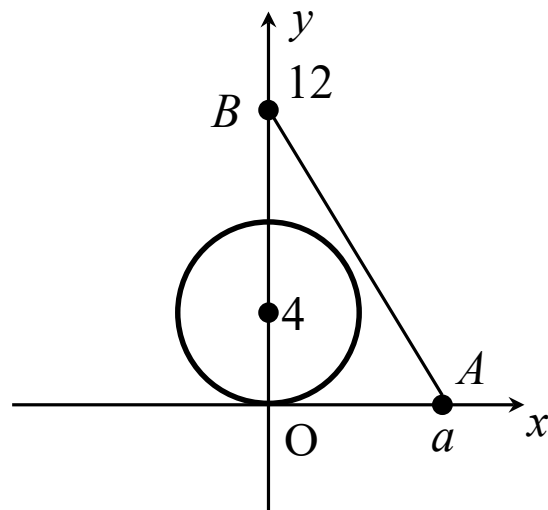


N10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное

решение система уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}, \\ x^2 + (y-4)^2 = 16. \end{cases}$$

Решение

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + (y-12)^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } B(0; 12)} + \underbrace{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } A(a; 0)} = \underbrace{\sqrt{a^2 + 144}}_{AB}$$



N10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное

решение система уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}, \\ x^2 + (y-4)^2 = 16. \end{cases}$$

Решение

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + (y-12)^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } B(0; 12)} + \underbrace{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}_{\text{расст. от } (x; y) \text{ до } A(a; 0)} = \underbrace{\sqrt{a^2 + 144}}_{AB}$$

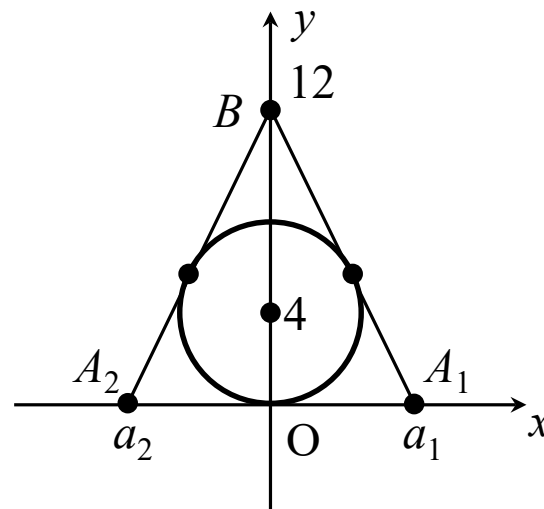
$$S_{\Delta A_1 A_2 B} = pr \quad (1)$$

$$r = 4$$

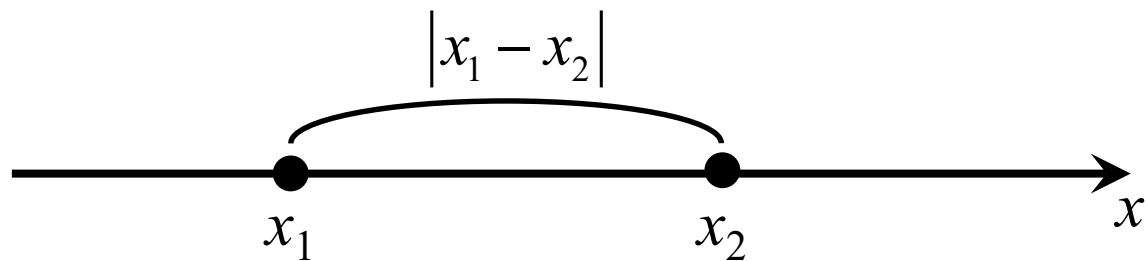
$$S_{\Delta A_1 A_2 B} = \frac{1}{2} A_1 A_2 \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 12 = 12a$$

$$p = \frac{A_1 B + A_2 B + A_1 A_2}{2} = \frac{2\sqrt{a^2 + 144} + 2a}{2} = \sqrt{a^2 + 144} + a$$

Подставим всё в (1): $12a = 4\left(\sqrt{a^2 + 144} + a\right) \Rightarrow \boxed{a = \pm 4\sqrt{3}}$



$$A(x_1) \quad B(x_2) \quad AB = |x_1 - x_2|$$



№11. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое число из отрезка $[2; 3]$ является решением уравнения $|x - a - 2| + |x + a + 3| = 2a + 5$.

Решение

$$2a + 5 \geq 0 \Rightarrow a \geq -2,5$$

$|x - a - 2| = |x - (a + 2)|$ — расстояние от x до точки $(a + 2)$

$|x + a + 3| = |x - (-a - 3)|$ — расстояние от x до точки $(-a - 3)$

При $a \geq -2,5$ $a + 2 \geq -a - 3$



№11. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое число из отрезка $[2; 3]$ является решением уравнения $|x - a - 2| + |x + a + 3| = 2a + 5$.

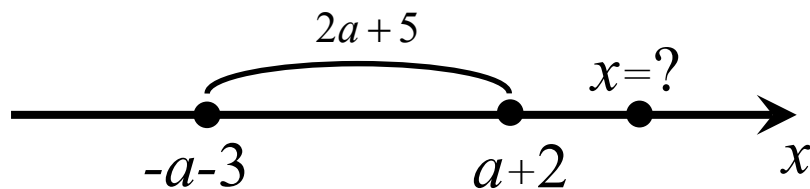
Решение

$$2a + 5 \geq 0 \Rightarrow a \geq -2,5$$

$|x - a - 2| = |x - (a + 2)|$ — расстояние от x до точки $(a + 2)$

$|x + a + 3| = |x - (-a - 3)|$ — расстояние от x до точки $(-a - 3)$

При $a \geq -2,5$ $a + 2 \geq -a - 3$



№11. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое число из отрезка $[2; 3]$ является решением уравнения $|x - a - 2| + |x + a + 3| = 2a + 5$.

Решение

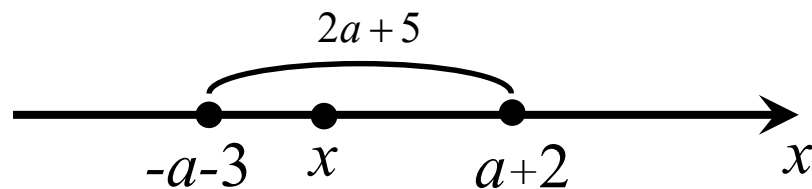
$$2a + 5 \geq 0 \Rightarrow a \geq -2,5$$

$|x - a - 2| = |x - (a + 2)|$ — расстояние от x до точки $(a + 2)$

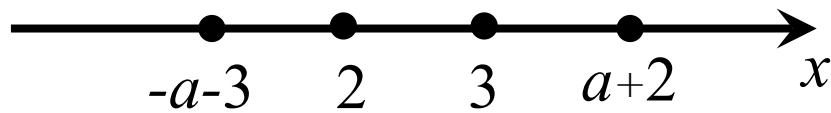
$|x + a + 3| = |x - (-a - 3)|$ — расстояние от x до точки $(-a - 3)$

При $a \geq -2,5$ $a + 2 \geq -a - 3$

$$x \in [-a - 3; a + 2]$$



$$\begin{cases} -a - 3 \leq 2 \\ 3 \leq a + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{a \geq 1}$$



№12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

уравнений $\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

Решение

$$\frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \quad \boxed{x > -3}$$

$$(y-3)(xy-3) = 0 \leftarrow \text{подставим } y = ax$$

$$(ax-3)(ax^2-3) = 0$$

$$x_1 = \frac{3}{a}, \quad x_2 = \sqrt{\frac{3}{a}}, \quad x_3 = -\sqrt{\frac{3}{a}} \quad \boxed{a > 0}$$

№12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

уравнений $\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

Решение

$$\frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \quad \boxed{x > -3}$$

$$(y-3)(xy-3) = 0 \leftarrow \text{подставим } y = ax$$

$$(ax-3)(ax^2-3) = 0$$

$$\boxed{x_1 = \frac{3}{a}} \quad x_2 = \sqrt{\frac{3}{a}}, \quad x_3 = -\sqrt{\frac{3}{a}} \quad \boxed{a > 0}$$

$$-\sqrt{\frac{3}{a}} \leq -3 \quad \text{или} \quad -\sqrt{\frac{3}{a}} > -3, \quad \text{но} \quad \sqrt{\frac{3}{a}} = \frac{3}{a}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \left(0; \frac{1}{3}\right] \cup \{3\}}$$

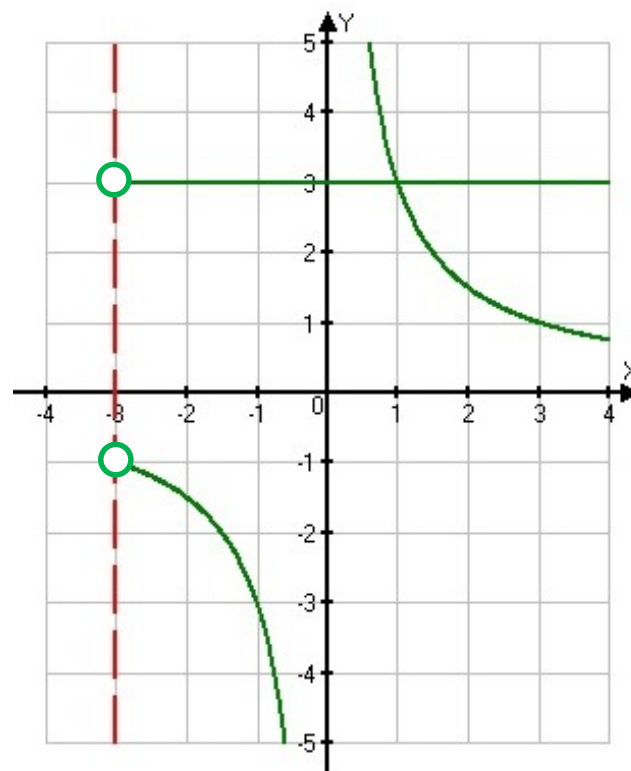
№12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

уравнений $\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

Решение

$$\frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \quad \boxed{x > -3}$$

$$(y-3)(xy-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$$



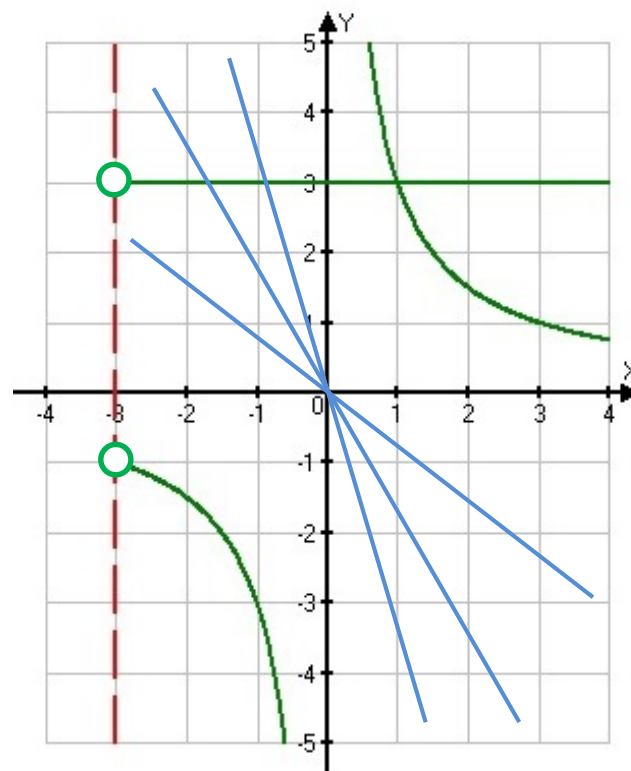
N12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

уравнений $\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

Решение

$$\frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \quad \boxed{x > -3}$$

$$(y-3)(xy-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$$



№12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

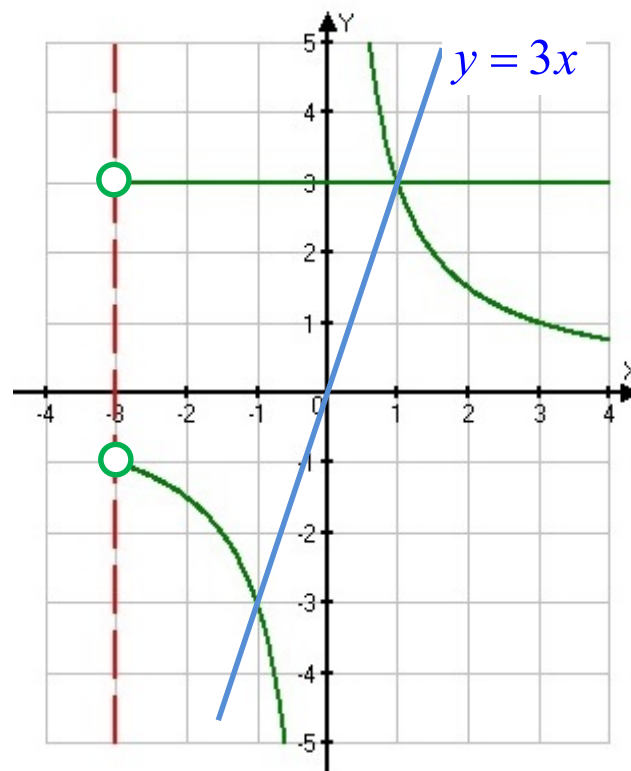
уравнений
$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

Решение

$$\frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \quad \boxed{x > -3}$$

$$(y-3)(xy-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$$

Ответ: $a \in \{3\}$



№12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

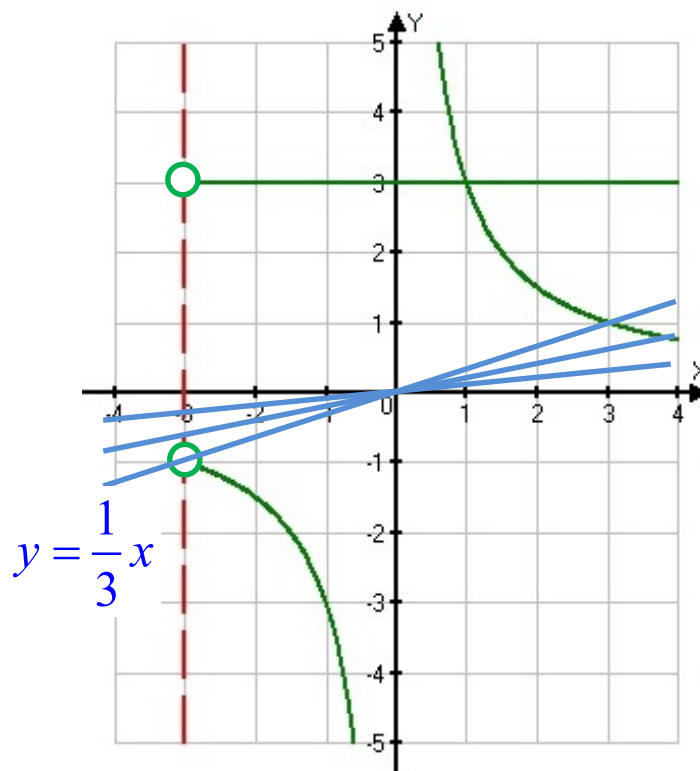
уравнений $\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

Решение

$$\frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \quad \boxed{x > -3}$$

$$(y-3)(xy-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$$

Ответ: $a \in \{3\}$



№12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

уравнений
$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

Решение

$$\frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \quad \boxed{x > -3}$$

$$(y-3)(xy-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } a \in \{3\} \cup \left(0; \frac{1}{3}\right]}$$

