Среднее арифметическое в новых школьных учебниках и в КИМ ЕГЭ.

Павел Владимирович Семенов,

Издательство «Бином»,

Отдел математического образования факультета математики НИУ ВШЭ

Москва, 23 января 2020, МГПУ

- Практически каждый год, начиная с 2010 г.
- в заданиях ЕГЭ по математике имеются
- задачи на среднее арифметическое.

- Причем это самые сложные, последние по списку задания КИМов, С6,
- в последние годы №19….

- Наряду с заданиями на делимость,
- задания этого типа составляют заметные
- части всего массива задач
- «олимпиадного» типа.

2011

На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое всех этих чисел равно -5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18.

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

2011

В ряд, через запятые, произвольно написали 47 натуральных чисел, для которых среднее арифметическое любых 9 подряд идущих чисел меньше 1,7.

1) Какое наименьшее количество единиц может быть среди выписанных чисел?

2) Какое наибольшее значение может принимать среднее арифметическое всех выписанных чисел?

С6. Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценки – целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг фильма определяется как среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и считается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равна $\frac{1}{25}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равна $\frac{1}{35}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

2015

На доске написано 30 натуральных числе (не обязательно различных), каждое из которых больше 4, но не превосходит 44. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 11. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньше первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 3, с доски стерли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 16?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 14, но меньше 15?

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

2016

19. На доске написано 30 чисел: десять «5», десять «4» и десять «3». Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A, среднее арифметическое чисел во второй группе равно B. (Для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу)

а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$

б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$

в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$

2017

19.1 Каждый из 32 студентов или писал одну из двух контрольных работ, или писал обе контрольные работы. За каждую работу можно было получить целое число баллов от 0 до 20 включительно. По каждой из двух контрольных работ в отдельности средний балл составил 14. Затем каждый студент назвал наивысший из своих баллов (если студент писал одну работу, то он назвал балл за нее). Среднее арифметическое названных баллов оказалось равно S.

а) Приведите пример, когда $S<14$

б) Могло ли значение S быть равным 7?

в) Какое наименьшее значение могло принимать S, если обе контрольные работы писали 12 студентов?

2018

19.2 На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших из них равно 15.

А) Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 3?

Б) Может ли среднее арифметическое всех одиннадцати чисел равняться 9?

В) Пусть B - шестое по величине число, а S – среднее арифметическое всех одиннадцати чисел. Найдите наибольшее значение выражения S-B.

На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 7, а среднее арифметическое шести наибольших равно 12.

а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 5?

б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 10?

в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

2019

19. На столе лежит 40 карточек, среди которых есть красные и синие. Каждого вида есть хотя бы одна карточка. На карточках написаны натуральные числа. Числа на всех синих карточках различны, а числа на каждой из красных меньше любого числа на синих. Среднее арифметическое всех чисел равно 19. Если увеличить каждое из чисел на синих карточках в 3 раза, то среднее арифметическое станет равным 39.

а) Может ли на столе быть ровно 10 синих карточек?

б) Может ли на столе быть ровно 10 красных карточек?

в) Какое максимальное количество синих карточек может быть на столе?

Почему среднее???

СОСТАВ УМК «МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ. АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

АЛГЕБРА. 7—9 классы.
АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.
БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ. **10—11 классы.**
Примерные рабочие программы.
Авторы: А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова.

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.
БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ. **10—11 классы.**
Методические пособия для учителя.
Авторы: А. Г. Мордкович, П. В. Семенов

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.
БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ. **10—11 классы. В двух частях.**
Учебные издания для общеобразовательных организаций.
Авторы: А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева.

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.
БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ. **10 класс.**
Контрольные работы.
Автор: Е. Л. Мардахаева.

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.
БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ. **11 класс.**
Контрольные работы.
Автор: М. В. Шуркова.

ISBN 978-5-9963-4661-5
9785996346615

11 (2)

А. Г. МОРДКОВИЧ. АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА • ГЕОМЕТРИЯ

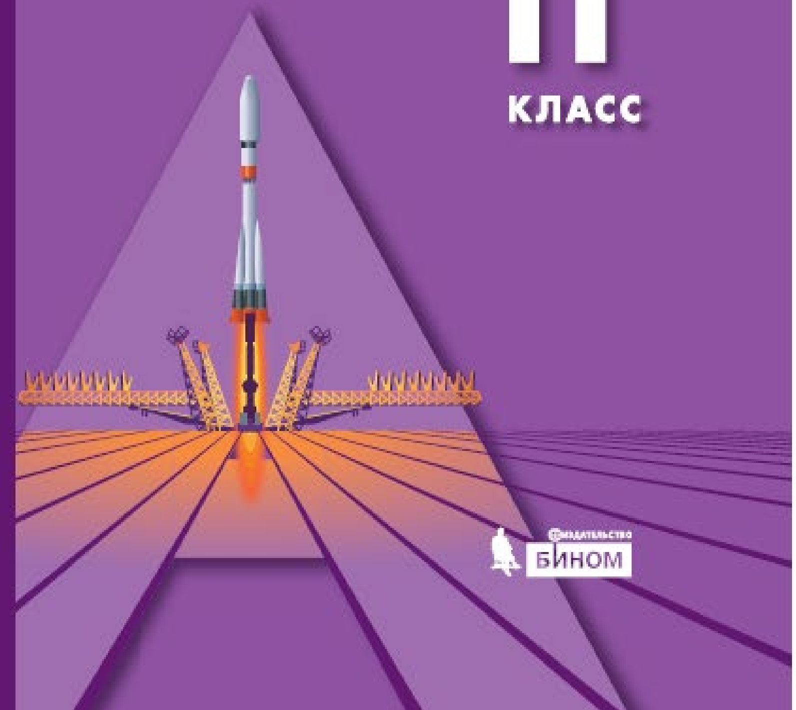
А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева

АЛГЕБРА
И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

ЧАСТЬ 2

11 КЛАСС



Издательство БИНОМ

УДК 373:512
ББК 22.14я72
М79

Авторы: заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования, доктор педагогических наук, профессор Московского городского педагогического университета *А. Г. Мордкович*;
доктор физико-математических наук, профессор отдела математического образования НИУ ВШЭ *П. В. Семенов*;
отличник народного просвещения, учитель математики высшей категории ГБОУ города Москвы «Школа 1561» *Л. А. Александрова*;
кандидат педагогических наук, доцент кафедры общих математических и естественнонаучных дисциплин и методик их преподавания ГБОУ ВО МО «Академия социального управления» *Е. Л. Мардахаева*.

Мордкович, Александр Григорьевич
М79 Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 2 / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019. — 192 с. : ил.

ISBN 978-5- (Ч. 2)
ISBN 978-5-

Тематическое планирование. 11 класс (3 ч. в неделю)

Глава 1. Элементы теории пределов (9 ч.)

Глава 2. Производная (21 ч.)

Глава 3. Исследование функций с помощью производной (16 ч.)

Глава 4. Определённый интеграл (11 ч.)

Глава 5. Непрерывные случайные величины (10 ч)

Глава 6. Уравнения и неравенства (22 ч.)

28. Равносильность уравнений	2
29. Решение уравнений с одной переменной	4
30. Решение систем уравнений	4
31. Решение неравенств с одной переменной	4
К/р № 5	2
32. Уравнения и неравенства с параметрами	4
33. Уравнения неравенства и функции в задачах о среднем арифметическом.	2
Повторение	13

§ 32. Уравнения, неравенства и функции в задачах о среднем арифметическом

Напомним, что *среднее арифметическое значение*[1] чисел $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n$ равно сумме этих чисел, деленной на их количество:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + x_n}{n}.}$$

Эту формулу можно записать и так: $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = \bar{x} \cdot n$. Получаем простое, но важное свойство — *сумма чисел равна произведению их среднего на количество этих чисел.*

$M, \quad A, \quad A_1, \quad \bar{x}, \ldots$

«Для обозначения на чертеже, среднего арифметического отклонения профиля шероховатости, используется параметр «Ra»

- Среднее было и в А7-9. Вот примеры из учебника 7 класса

Пример 2 К набору чисел 1, 2, 3, 4 добавляют числа, равные 5.

а) Какое количество «пятёрок» надо добавить, чтобы среднее стало равным 4?

б) Может ли среднее нового набора равняться 4,7?

42.18. Ученик хочет, чтобы его средняя отметка стала больше 4. Какое наименьшее количество «пятёрок» подряд он должен для этого получить, если сейчас его отметки таковы:

а) 4, 4, 4, 4, 4, 3; в) 4, 4, 4, 4, 4, 2;
б) 4, 4, 4, 4, 3, 3; г) 4, 4, 3, 3, 2, 2?

Пример 1 До 31 октября Петя получил по русскому языку такие отметки: 4, 2, 4, 4, 5, 5. После этого он подряд получил несколько пятёрок. Могло ли среднее его отметок оказаться равным:

а) 4; б) 4,4; в) 4,45; г) 5?

Решение. Составим математическую модель. Для этого обозначим n — количество полученных пятёрок. Тогда количество всех отметок равно $6 + n$, а их сумма равна

$$4 + 2 + 4 + 4 + 5 + 5 + \overbrace{5 + \ldots + 5}^{n} = 24 + 5n.$$

Поэтому среднее отметок равно $\bar{x} = \dfrac{24 + 5n}{6 + n}$ — это дробно-линейная функция от переменной n.

$$\frac{24 + 5n}{6 + n} = 4 \qquad \frac{24 + 5n}{6 + n} = 4{,}4; \quad \frac{24 + 5n}{6 + n} = 4{,}45 \quad \frac{24 + 5n}{6 + n} = 5$$

Среднее чисел не больше наибольшего из них (не меньше наименьшего) и при этом равенство возможно только в случае, когда все числа равны между собой.

Смотрите, все неравенства $x_1 \leqslant x_{\text{наиб}}$, $x_2 \leqslant x_{\text{наиб}}$, … , $x_n \leqslant x_{\text{наиб}}$ верны. Значит,

$$n \cdot \bar{x} = x_1 + x_2 + \ldots + x_n \leqslant \underbrace{x_{\text{наиб}} + \ldots + x_{\text{наиб}}}_{n} = n \cdot x_{\text{наиб}}, \quad \bar{x} \leqslant x_{\text{наиб}},$$

а если хотя бы одно из неравенств $x_1 \leqslant x_{\text{наиб}}$, … , $x_n \leqslant x_{\text{наиб}}$ — строгое,

то $\bar{x} < x_{\text{наиб}}$.

Замечание. **Обобщенный признак Дирихле.**

Если N предметов разложены по k группам и если N не кратно k,

то в одной из групп будет не менее, чем $\left[\frac{N}{k}\right]+1$ предметов.

$$x_{наиб} > \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{k-1} + x_k}{k} = \frac{N}{k} > \left[\frac{N}{k}\right]$$

$$x_{наиб} \text{ и } \left[\frac{N}{k}\right] - \text{ целые числа } \Rightarrow x_{наиб} \geq \left[\frac{N}{k}\right]+1$$

Пример 2 В 20 отделах компании в среднем работает по 50 сотрудников. Число сотрудников можно увеличить, но так, чтобы в среднем в отделах компании работало бы не более чем по 55 сотрудников. Решено число сотрудников в отделах увеличивать так: в отделе, первом в очереди — на 1, во втором — на 2, в третьем — на 3 и т. д. В каком наибольшем числе отделов можно провести такое увеличение числа сотрудников?

Р е ш е н и е. Составим математическую модель. Для этого обозначим n число отделов, в которых проводят увеличения. По условию общее число новых рабочих мест равно $1+2+...+(n-1)+n$. Это сумма арифметической прогрессии, она равна $\frac{n(n+1)}{2}$. По условию число работающих сотрудников равно $50\cdot 20=1000$, а после увеличений это число станет равным $1000+\frac{n(n+1)}{2}$. Так как число отделов останется равным 20, то новое среднее числа сотрудников равно $\frac{1000+\frac{n(n+1)}{2}}{20}=50+\frac{n(n+1)}{40}$. Получаем неравенство

$$50+\frac{n(n+1)}{40}\le 55; \quad \frac{n(n+1)}{40}\le 5; \quad n(n+1)\le 200$$

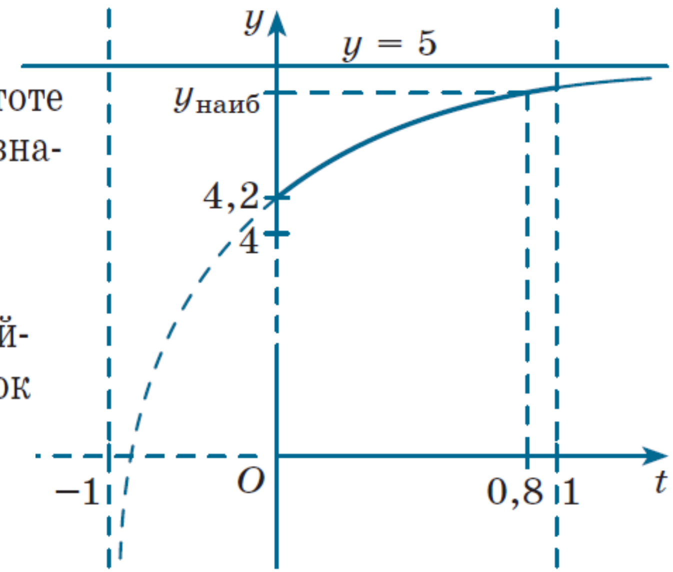
Пример 3 Среднее всех отметок ученика по истории равно 4,2. Ученик решил улучшить это среднее. Для этого он планирует в электронном журнале «удвоить» пятёрки: к каждой уже имеющейся пятёрке дописать ещё одну. Найти наибольшее возможное значение среднего отметок после такой замены.

Решение. Составим математическую модель. Для этого обозначим n — число отметок и k — число пятёрок. По условию сумма уже выставленных отметок равна $4{,}2n$. После «удвоения» пятёрок сумма отметок станет равной $4{,}2n + 5k$, а их число станет равным $n + k$. Поэтому

$$\overline{x}_{\text{нов}} = \frac{4{,}2n + 5k}{n + k} = \frac{4{,}2 + 5 \cdot \dfrac{k}{n}}{1 + \dfrac{k}{n}} = \frac{4{,}2 + 5t}{1 + t},$$

где $t = \dfrac{k}{n} \in [0;\, 1]$ — частота пятёрок среди уже выставленных отметок.

График дробно-линейной функции $y = \dfrac{4,2 + 5t}{1 + t}$, $t \geqslant 0$ — часть ветви гиперболы, расположенной в первой координатной четверти (рис. 181).



Функция возрастает от $y(0) = 4{,}2$ к горизонтальной асимптоте $y = 5$. Значит, новое среднее будет наибольшим при наибольшем значении частоты $t = \dfrac{k}{n}$. Найдем его.

Сумма S всех отметок никак не меньше, чем $5k + (n - k)$. Действительно, $5k$ — это сумма всех пятёрок, а остальные $n - k$ отметок не меньше 1. Значит,

$$4{,}2n = S \geqslant 5k + (n - k); \quad 4{,}2n \geqslant 4k + n;$$

$$4{,}2 \geqslant 4\frac{k}{n} + 1; \quad 3{,}2 \geqslant 4\frac{k}{n}; \quad \frac{k}{n} \leqslant 0{,}8.$$

Равенство достигается на наборе отметок 5, 5, 5, 5, 1. В итоге, наибольшее значение нового среднего равно

$$y(0{,}8) = \frac{4{,}2 + 5 \cdot 0{,}8}{1 + 0{,}8} = \frac{8{,}2}{1{,}8} = \frac{41}{9} = 4{,}(5).$$

Например, оно не может равняться 4,6.

Ответ: $4\dfrac{5}{9}$.

Пример 4

Финансовая компания имела вклады в 30 банках.

Среднее вкладов было равно 7 млн.р., а размер каждого вклада – целое число миллионов рублей, не превосходящее 40.

Решено было все вклады в 1 млн.р. закрыть, остальные вклады уменьшить вдвое, а высвободившиеся средства вложить в производство.

Найти наибольшее возможное значение среднего новых вкладов компании.

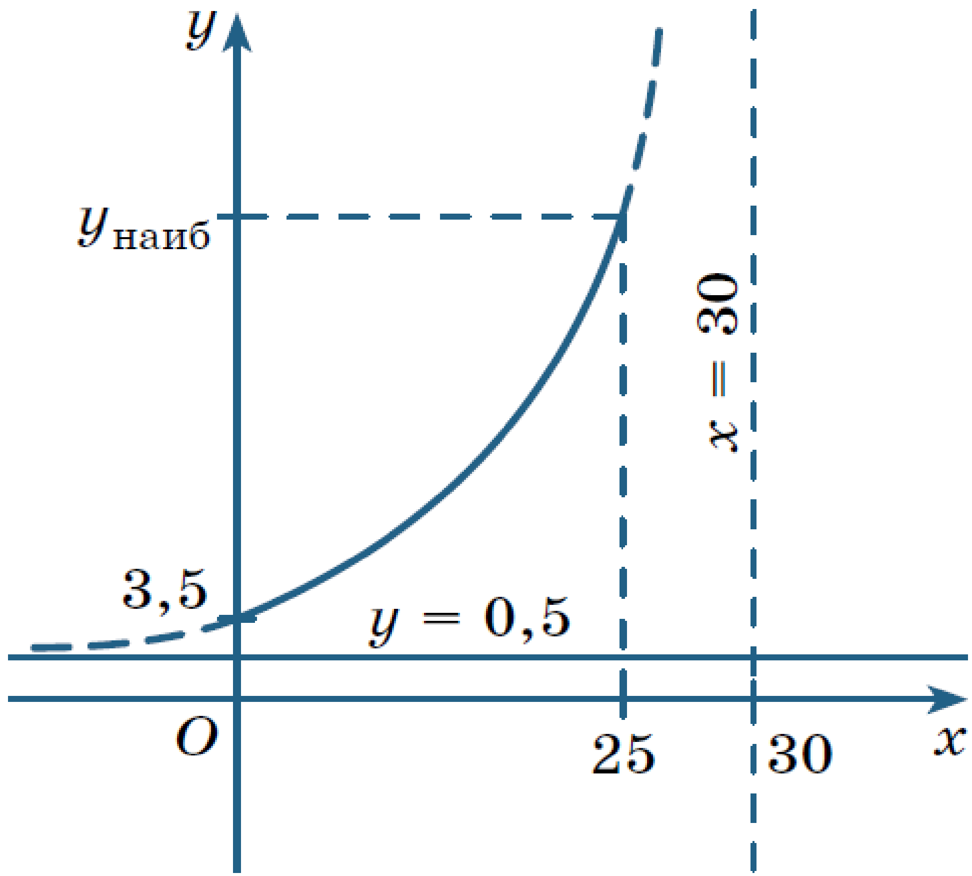
Р е ш е н и е. Составим математическую модель. Для этого обозначим n количество вкладов в 1 млн.р. Все они будут закрыты. Остальные $30-n$ вкладов не меньше 2, все они будут уменьшены вдвое и составят набор новых вкладов.

Общая сумма вкладов была равна $30 \cdot 7 = 210$. Она состояла из двух слагаемых. Во-первых, это сумма вкладов равных 1, она равна n. Во-вторых, это сумма чисел, больших 1, она, соответственно, равна $210-n$. По условию все числа не превосходят 40 и поэтому

их сумма не больше $40(30-n)$. Получаем

$$210-n \le 40(30-n); \qquad 39n \le 1200-210; \qquad n \le \frac{990}{39} \approx 25,3.$$

В итоге, среднее $30-n$ новых вкладов, равно $\frac{1}{2} \cdot \frac{210-n}{30-n}$ и нужно найти наибольшее возможное значение функции $y = \frac{210-n}{2(30-n)}$, $n = 0,1,2,...,25$. График дробно-линейной функции $y = \frac{210-x}{2(30-x)}$ - это гипербола, $x = 30$ - её вертикальная асимптота,



$$y = \frac{210 - x}{2(30 - x)}$$

Нам нужна часть левой ветви при $0 \leqslant x \leqslant 25$. На этом отрезке функция возрастает и её наибольшее значение равно

$$y_{\text{наиб}} = y(25) = \frac{210 - 25}{2(30 - 25)} = \frac{185}{10} = 18{,}5.$$

33.9. Финансовая компания имела вклады в 20 банках. Среднее вкладов равно 27 млн.р. Размер каждого вклада – целое число миллионов рублей, не превосходящее 40 млн.р. Компания сняла по 1 млн.р. с некоторых (быть может, одного) вкладов и закрыла после этого обнулившиеся вклады.

а) Могла ли половина вкладов быть по 1 млн р.?

а) От противного, если было 10 вкладов по 1 млн., то сумма остальных 10 вкладов по условию не превышает $40 \cdot 10 = 400$. Значит, общая сумма не более 410, а среднее – не больше, чем 20,5. Противоречие с условием.

б) Могло ли быть 7 вкладов по 1 млн р.?

б) Аналогично а), действуя от противного, получаем, что общая сумма не превышает $40 \cdot 13 + 7$, а среднее – не больше, чем $2 \cdot 13 + 7 / 20 < 27$.

в) Докажите, что имелось не более 6 вкладов по 1 млн р.

в) Это следствие б): более 6 вкладов – это, как минимум, 7 вкладов, чего не могло быть.

г) Вклады (в млн р.) были следующие: 1, 14, 15, 30, ..., 30; уменьшались вклады в 1, 14 и 15 млн. р. Найдите среднее новых вкладов.

г) Сумма всех вкладов $1,14,15,\underbrace{30,...,30}_{17}$ была равна $30 \cdot 18$, а среднее было равно 27. После уменьшения получились вклады $13,14,\underbrace{30,...,30}_{17}$. Их среднее равно $\frac{510+27}{19} = \frac{537}{19} = 28\frac{5}{19}$.

д) Вклады (в млн р.) были следующие: $\underbrace{1, ..., 1}_{6}$, 14, $\underbrace{40, ..., 40}_{13}$, уменьшались вклады в $\underbrace{1, ..., 1}_{6}$ млн р. Найдите среднее новых вкладов.

д) Сумма всех вкладов $\underbrace{1,...,1}_{6},14,\underbrace{40,...,40}_{13}$ была равна $20+40\cdot 13$, а среднее было равно 27. После уменьшения получились вклады $14,\underbrace{40,...,40}_{13}$. Их среднее равно $\frac{14+520}{14} = 38\frac{1}{7}$.

е) Докажите, что ответ в д) — наибольший из всех возможных значений нового среднего.

е) Сумма всех вкладов равнялась 540. Обозначим n количество всех уменьшавшихся вкладов. Сумма новых вкладов равна $540-n$. Обозначим k количество вкладов в 1 млн., которые уменьшались, $k \le n$ и $k \le 6$, см. в). Тогда количество новых вкладов равно

$$20-k \text{ и } \bar{x}_{нов} = \frac{540-n}{20-k}.$$

Но $540-k \ge 540-n$ и поэтому $\bar{x}_{нов} \le \dfrac{540-k}{20-k}$

Так как дробно-линейная функция $y = \dfrac{540-t}{20-t}$, $t < 20$ возрастает и так как $k \le 6$

то $\bar{x}_{нов}$ не больше, чем $y(6) = \dfrac{534}{14} = 38\dfrac{1}{7}$.

Значит, ответ полученный в д) является наибольшим.

Пример 5

На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое всех этих чисел равно -5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицат. из них равно -18.

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Решение. а) Заранее неизвестно, сколько каких чисел имеется. Обозначим эти неизвестные:

— положительных чисел — x, их сумма равна $9x$;

— отрицательных чисел — y, их сумма равна $-18y$;

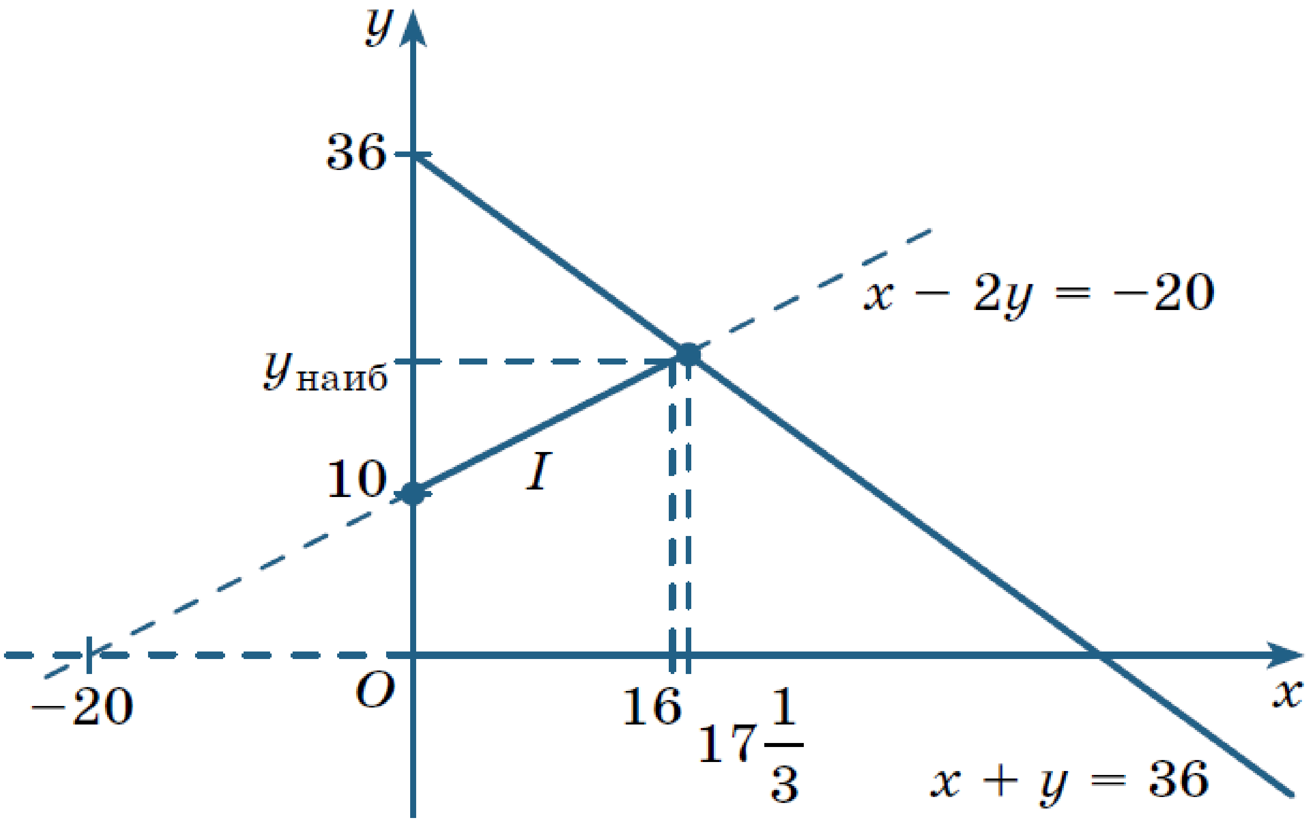
— чисел, равных нулю — z, их сумма равна 0.

Всего чисел $x + y + z$ штук и их сумма по условию равна $-5(x + y + z)$. Получаем

$$9x - 18y + 0 \cdot z = -5(x + y + z); \quad 9(x - 2y) = -5(x + y + z).$$

Левая часть кратна 9, значит и правая часть кратна 9. Поэтому общее количество $x + y + z$ чисел кратно 9, больше 27 и меньше 45. Вывод: $x + y + z = 36$.

б) $9(x - 2y) = -5 \cdot 36$; $x - 2y = -20$. Построим график уравнения $x - 2y = -20$. Это прямая, проходящая через точки $(0;\ 10)$ и $(-20;\ 0)$. Нам нужна её часть в первой четверти. Точнее, нужна часть, лежащая и в полуплоскости $x + y \leqslant 36$. Решая систему $\begin{cases} x - 2y = -20 \\ x + y = 36 \end{cases}$, находим, что это отрезок I с концами в точках $(0;\ 10)$ и $\left(17\frac{1}{3}; 18\frac{2}{3}\right)$



б), в) $9x + (-18y) + 0 = -5(x + y + z)$

$$9x + (-18y) + 0 = -180$$

$$\underline{\mathbf{x = 2y - 20}}.$$

Если $x = 2$, то $y = 11$ и $z = 36 - (x + y) = 23$.

Если $x = 4$, то $y = 12$ и $z = 36 - (x + y) = 20$.

Если $x = 6$, то $y = 13$ и $z = 36 - (x + y) = 17$….

Если $x = 14$, то $y = 17$ и $z = 36 - (x + y) = 5$.

Если $x = 16$, то $y = 18$ и $z = 36 - (x + y) = 2$.

Если $x = 18$, то $y = 19$ и $z = 36 - (x + y)$ $\underline{\mathbf{= -1}}$.

Значит, в) наибольшее значение x равно 16;

б) всегда x меньше y.

ЕГЭ-2014

Из 40 последовательных нечётных чисел 1, 3, 5, …, 79 выбрали 7 различных чисел, которые записали в порядке возрастания.

Пусть A — четвёртое по величине среди этих чисел,

а B — среднее арифметическое выбранных семи чисел.

а) Может ли B – A равняться 2/7?

б) Может ли B – A равняться 3/7 ?

в) Найдите наибольшее возможное значение B – A .

$$a < b < c < A < x < y < z$$

а) Попробуем для 1,3,5, 7, 9,11,13. Получим (1+**3**+5+7+9+**11**+13):7 – 7 = 0.

Попробуем для 1,3,5, 7, 9,11,15. Получим (1+3+5+7+9+11+15):7 – 7 = 2/7. **УРА!!!**

$$б)\ B - A = \frac{a+b+c+A+x+y+z}{7} - A = \frac{(a+...+z)-6A}{7} =$$

$$= \frac{(z-A)+(y-A)+(x-A)-((A-c)+(A-b)+(A-a))}{7}$$

!!! Сумма шести четных чисел нечётна???

б) Ответ: нет.

в) $z - A \le 79 - 7;$ $y - A \le 77 - 7;$ $x - A \le 75 - 7;$

$A - c \ge 2;$ $A - b \ge 4;$ $A - a \ge 6$ $-((A-c)+(A-b)+(A-a)) \le -12$

$$B - A \le \frac{79+77+75-21-12}{7} = \frac{198}{7}$$

$$B - A = \frac{198}{7} \Leftrightarrow 1,3,5,7,75,77,79$$