

# Оценка предметных КОМПЕТЕНЦИЙ

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**М.А.Черняева**, почетный работник общего образования РФ, заместитель председателя предметной комиссии ЕГЭ по математике, ведущий эксперт ГАОУ ДПО МЦКО



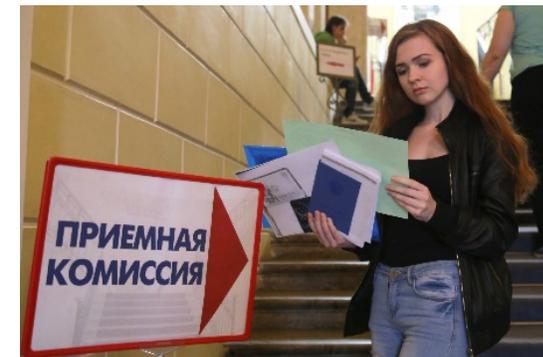
МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР  
СЕРТИФИКАЦИИ КВАЛИФИКАЦИЙ  
В ОБРАЗОВАНИИ

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

Обязательный предмет  
для получения  
аттестата о среднем  
общем образовании

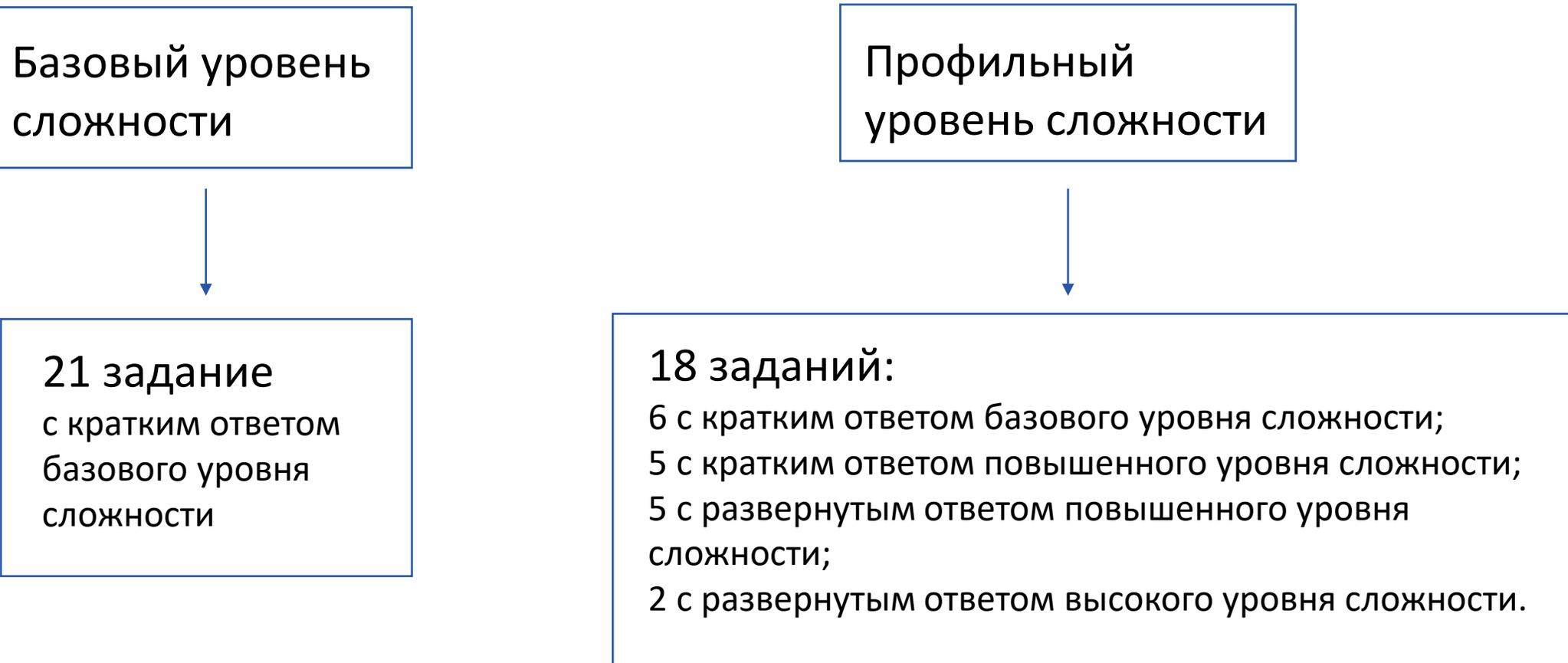


профильный уровень  
базовый уровень



Результаты ЕГЭ  
востребованы  
для поступления  
не во все вузы

## Структура экзаменационной работы



Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

## Содержание контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по математике

- практико-ориентированные задачи;
- задания по алгебре за курс средней школы;
- задания по геометрии за курс средней школы;
- задания по началам математического анализа;
- задание по теории вероятностей и статистике.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

№ п/п	№ задания	Тема задания	Максимальный балл
1	2	Простейшие текстовые задачи	1
2	3	Размеры и единицы измерения	1
3	4	Чтение графиков и диаграмм	1
4	5	Задачи на квадратной решетке	1
5	6	Простейшие текстовые задачи	1
6	8	Задачи с прикладным содержанием	1
7	10	Прикладная геометрия	1
8	11	Начала теории вероятностей	1
9	12	Выбор оптимального варианта	1
10	13	Прикладная геометрия (стереометрия)	1
11	18	Анализ утверждений	1
12	20	Текстовые задачи	1

## Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

### Типы простейших текстовых задач по алгебре:

- округление с недостатком;
- округление с избытком;
- оплата покупки и сдача;
- оплата электроэнергии, телефона, интернета;
- проценты и части;
- выбор оптимального варианта, комплекта;
- чтение информации, заданной таблицей или диаграммой.

### Умения:

- моделировать реальные ситуации на языке математики;
- исследовать построенные модели, составлять числовые выражения по условию задачи;
- исследовать построенные модели с использованием математического аппарата.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

Математическая грамотность.

Смысловое чтение условия задачи.

Проживание ситуации, представленной в задаче: задача про вас,  
для вас, вы непосредственный участник той ситуации, которая  
описывается в задаче.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание №3.** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) объём ящика с яблоками	1) 108 л
Б) объём воды в озере Ханка	2) 900 м <sup>3</sup>
В) объём бутылки соевого соуса	3) 0,2 л
Г) объём бассейна в спорткомплексе	4) 18,3 км <sup>3</sup>

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

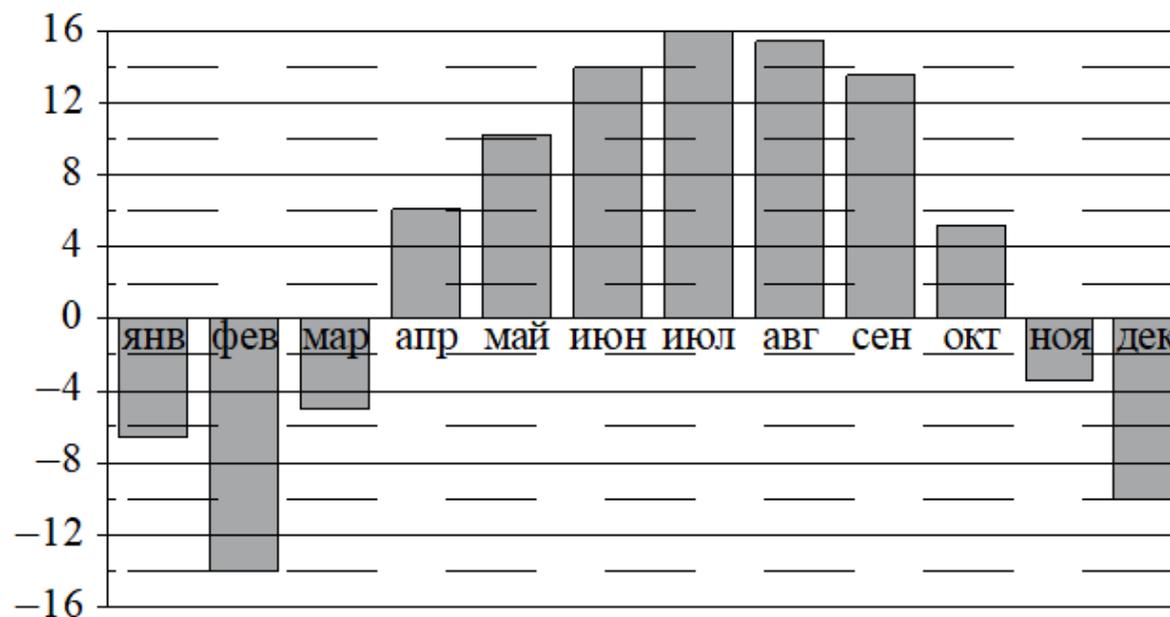
**Задание №12.** В таблице приведены данные о шести сумках.

Номер сумки	Длина (см)	Высота (см)	Ширина (см)	Масса (кг)
1	52	38	18	5,5
2	65	47	26	11,2
3	55	36	24	8,7
4	42	31	16	4,6
5	58	40	20	9,3
6	49	37	19	10,1

По правилам авиакомпании в ручную кладь может быть взята сумка, размеры которой не превышают 55 см в длину, 40 см в высоту, 20 см в ширину и масса которой не превышает 10 кг. Какие сумки можно взять в ручную кладь по правилам этой авиакомпании? В ответе укажите номера выбранных сумок без пробелов, запятых и других дополнительных символов. *Перечисляйте в порядке возрастания номеров.*

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

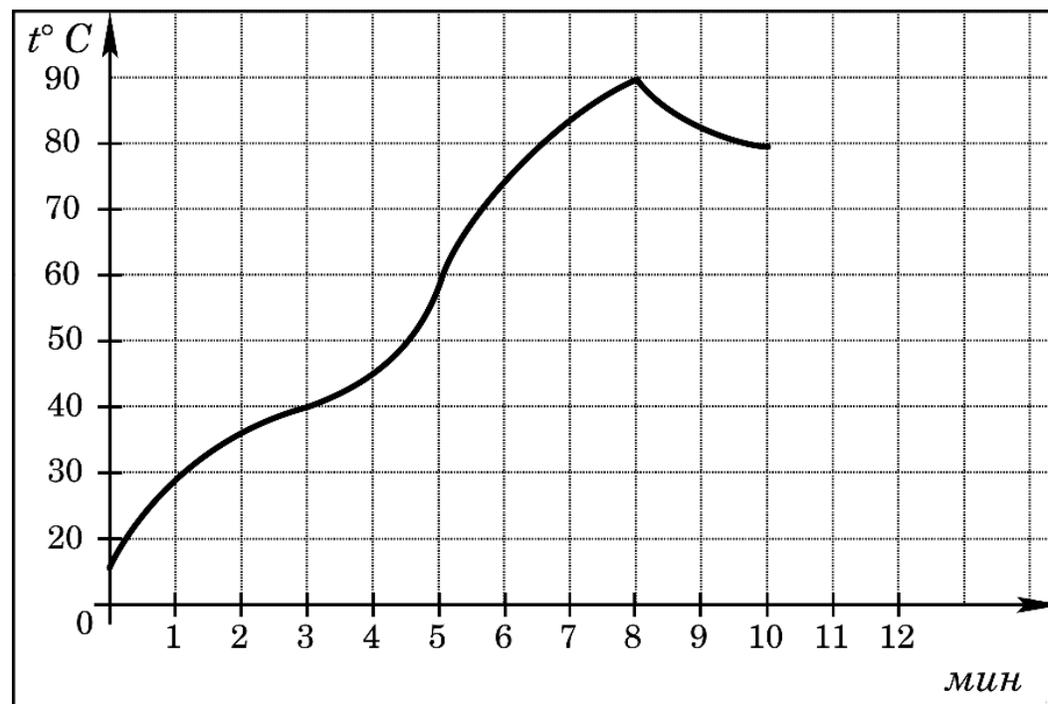
**Задание 4.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия.



Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1994 года в Нижнем Новгороде. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание №4.** На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  до температуры  $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

### **Задание №2.**

В пачке листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 8 недель?

*Решение.*

1)  $700 \cdot 8 = 5600$  листов понадобится на 8 недель.

2)  $5600 : 250 = 22,4$  пачки бумаги.

3) Т.к. количество пачек - число натуральное, то в этом случае округляем (с избытком): ответ 23 пачки.

***Проверка!***

*Ответ: 23.*

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание №6.** Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?

**Решение 1.**

$$20\% = 0,2$$

$$1) 170 \cdot 0,2 = 34 \text{ (рубля) – наценка;}$$

$$2) 170 + 34 = 204 \text{ (рубля) – розничная цена;}$$

$$3) 7000 : 204 = 34 \frac{16}{51}$$

Т.к. количество учебников – число натуральное, то округляем (с недостатком): можно купить 34 учебника.

**Ответ:** 34.

**Решение 2.**

$$1) 170 \text{ рублей - } 100\%$$

$$x \text{ рублей - } 20\%$$

$$\frac{170}{x} = \frac{100}{20};$$

$$x = \frac{170 \cdot 20}{100}; x = 34 \text{ (рублей) наценка;}$$

$$2) 170 + 34 = 204 \text{ (рубля) – розничная цена;}$$

$$3) 7000 : 204 = 34 \frac{16}{51}$$

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 18.** Известно, что Витя выше Коли, Маша выше Ани, а Саша ниже и Коли, и Маши. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

1) Витя выше Саши.

2) Саша ниже Ани.

3) Коля и Маша одного роста.

4) Витя самый высокий из всех.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

*Ответ:* 1.

## Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

Задание 20: текстовая задача.

### **Возможные типы задач:**

- задача на движение;
- задача на движение по окружности;
- задача на движение по воде;
- задача на совместную работу;
- задача на проценты, сплавы, смеси.

### **Умения:**

- моделировать реальные ситуации на языке алгебры;
- составлять уравнения, неравенства и их системы по условию задачи;
- исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 20.** На изготовление 567 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 648 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

*Решение.*

	Работа, дет.	Производительность, дет./ч	Время, ч
1 рабочий	567	$x$	$\frac{567}{x}$
2 рабочий	648	$x - 3$	$\frac{648}{x - 3}$

Производительность второго рабочего – положительное число, следовательно,  $x > 3$  дет./ч.

$$\frac{648}{x-3} - \frac{567}{x} = 6 \text{ при } x > 3;$$

$$\frac{216}{x-3} - \frac{189}{x} = 2;$$

$$\frac{216x - 189(x-3) - 2x(x-3)}{x(x-3)} = 0;$$

$$2x^2 - 33x - 567 = 0$$

$$D = 33^2 + 8 \cdot 567 = 5625 = 75^2$$

$$x = \frac{33 - 75}{4} = -\frac{42}{4} \text{ – не удовлетворяет условию задачи;}$$

$$x = \frac{33 + 75}{4} = 27.$$

*Проверка!*

*Ответ: 27.*

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 20.** Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

*Решение.*

Пусть  $x$  кг свежего винограда потребуется, тогда

$$\begin{array}{l} x \text{ кг} - 100\% \\ y \text{ кг} - 10\% (100 - 90) \end{array} \quad \frac{x}{y} = \frac{100}{10};$$

$y = 0,1x$  (кг) – сухое вещество.

**Проверка!**

$$\begin{array}{l} 0,1x \text{ кг} - 95\% (100 - 5) \\ 20 \text{ кг} - 100\% \end{array} \quad \frac{0,1x}{20} = \frac{95}{100};$$

$$0,1x \cdot 100 = 20 \cdot 95;$$

$$x = 190 \text{ (кг)}$$

*Ответ: 190.*

**Задание №11.** В классе 21 учащихся, среди них два друга — Иван и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Иван и Сергей окажутся в одной группе.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$m$  – число исходов, благоприятствующих событию  $A$ ;

$n$  – число всех исходов испытания.

**Решение.**

- 1)  $21 : 3 = 7$  человек в одной группе;
- 2)  $7 - 1 = 6$  количество свободных мест в группе, где Иван;
- 3)  $6 : 20 = 0,3$  вероятность того, друзья окажутся в одной группе.

**Ответ:** 0,3.

## Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

### Типы практико-ориентированных задач по геометрии:

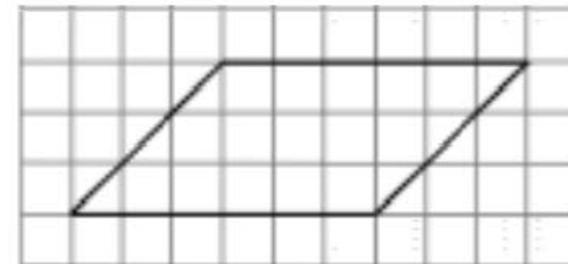
- план местности;
- нахождение площадей;
- нахождение периметров объектов;
- нахождение объемов;
- строительство и ремонт;
- нахождение длины ( шнура), высоты (столба).

### Умения:

- моделировать реальные ситуации на языке геометрии;
- исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры;
- решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 5.** План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 1 м × 1 м. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

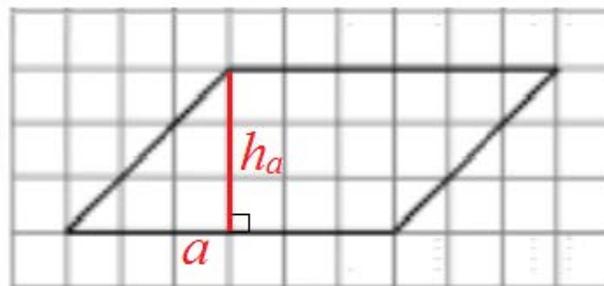


*Решение.*

$$S = ah_a$$

$$a = 6; h_a = 3;$$

$$S = 18.$$

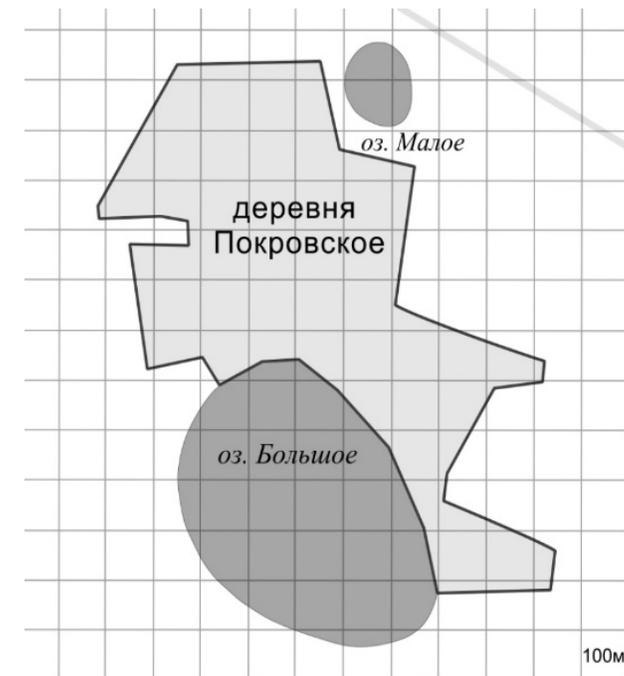


*Ответ:* 18.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

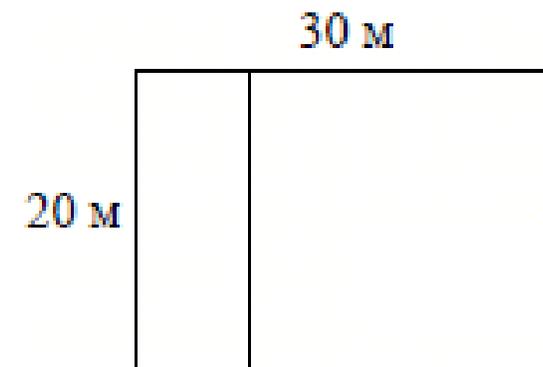
**Задание 5.** На фрагменте географической карты схематично изображены границы деревни Покровское и очертания озёр Большое и Малое (площадь одной клетки равна одному гектару). Оцените приближённо площадь озера Малого. Ответ дайте в гектарах с округлением до целого значения.

**Ответ:** 2.



Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 10.** Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 20 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите общую длину забора в метрах.



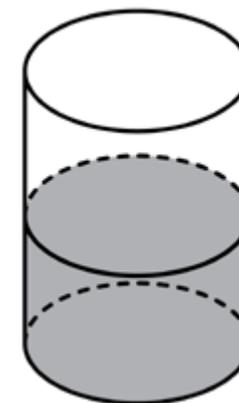
*Решение.*

$$l = 20 + 30 + 20 + 30 + 20 = 120 \text{ (м)}.$$

**Проверка.**      *Ответ:* 120.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 10.** В цилиндрический сосуд налили  $2000 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достигает высоты  $12 \text{ см}$ . В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на  $9 \text{ см}$ . Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



*Решение.*

$$2000 \text{ см}^3 - 12 \text{ см}$$

$$x \text{ см}^3 - 9 \text{ см};$$

$$x = \frac{2000 \cdot 9}{12};$$

$$x = 1500 \text{ см}^3.$$

**Проверка.**

**Ответ:** 1500.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

Прикладные задачи (вычисление с помощью формул).

ЕГЭ ( база) – нахождение неизвестной в уравнении или неравенстве, где зависимость может быть задана любой из элементарных функций, изучаемых в школе;

ЕГЭ ( профиль) – нахождение неизвестной в уравнении или неравенстве, где зависимость может быть задана любой из элементарных функций, изучаемых в школе.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задача 8.** Длину биссектрисы треугольника, проведённой к  
стороне  $a$ , можно вычислить по формуле  $l_a = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$ .

Вычислите  $\cos \frac{\alpha}{2}$ , если  $b = 1, c = 3, l_a = 1,2$ .

*Решение.*

$$l_a = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$$

$$1,2 = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1+3};$$

$$2,4 = 3 \cos \frac{\alpha}{2};$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = 0,8.$$

**Проверка!**

**Ответ:** 0,8.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

№ п/п	№ задания	Тема задания	Максимальный балл
Алгебра и начала анализа			
1	1	Вычисления	1
2	7	Вычисления и преобразования	1
3	9	Решение простейших уравнений	1
4	14	Свойства функций, касательная к графику функции	1
5	17	Решение неравенств, сравнение выражений	1
6	19	Числа и их свойства	1
7	21	Рассуждения	1
Геометрия			
1	15	Задача по планиметрии	1
2	16	Задача по стереометрии	1

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

## Задание 1.

Найдите значение выражения:  $\left(-2\frac{3}{4} - \frac{3}{8}\right) \cdot 160$ .

Найдите значение выражения  $(728^2 - 26^2) : 754$ .

Найдите значения выражения:  $0,86 : \frac{43}{20}$ .

Найдите значение выражения  $(3,9 - 2,4) \cdot 8,2$ .

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

### Задание 7.

1. Найдите значение выражения  $\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$ . *Ответ: 5.*

2. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$ . *Ответ: 7.*

3. Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$ . *Ответ: 2.*

4. Решите уравнение.  $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$ . *Ответ: -1,5.*

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 9.**

1. Решите уравнение  $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$ .

*Ответ: -5.*

2. Решите уравнение  $\sqrt{\frac{3}{2x-27}} = \frac{1}{7}$ .

*Ответ: 87.*

3. Решите уравнение  $4^{x-7} = \frac{1}{64}$ .

*Ответ: 4.*

4. Решите уравнение  $\log_3(x+2) = 2$ .

*Ответ: 7.*

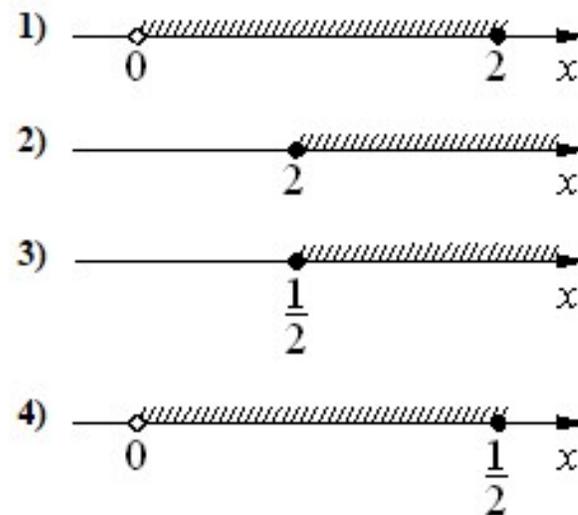
Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 17.** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

- А)  $\log_2 x \geq 1$
- Б)  $\log_2 x \leq -1$
- В)  $\log_2 x \geq -1$
- Г)  $\log_2 x \leq 1$

РЕШЕНИЯ



Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 17.** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $2^x \geq 2$	1) $x \geq 1$
Б) $0,5^x \geq 2$	2) $x \leq 1$
В) $0,5^x \leq 2$	3) $x \leq -1$
Г) $2^x \leq 2$	4) $x \geq -1$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 19.** Найдите трёхзначное натуральное число, большее 400, которое при делении на 6 и на 5 даёт равные ненулевые остатки и первая слева цифра которого является средним арифметическим двух других цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

*Ответ:* 453.

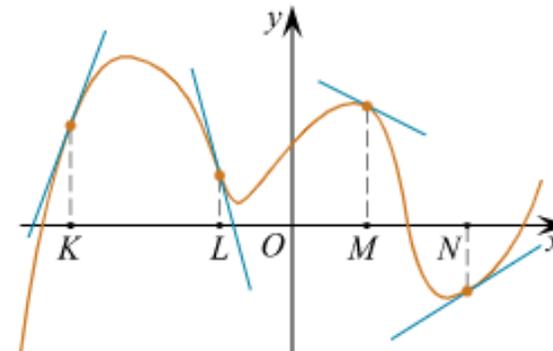
Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 21.** Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Ответ: 5.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 14.** На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ

- А)  $K$
- Б)  $L$
- В)  $M$
- Г)  $N$

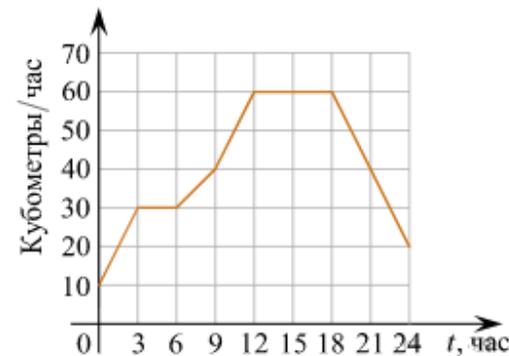
ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

- 1)  $-4$
- 2)  $3$
- 3)  $\frac{2}{3}$
- 4)  $-0,5$

А	Б	В	Г

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 14.** На диаграмме показан график потребления воды городской ТЭЦ в течение суток.



Пользуясь диаграммой, поставьте в соответствие каждому из указанных промежутков времени характеристику потребления воды данной ТЭЦ.

ПЕРИОД

- А) Ночь (с 0 до 6 часов)
- Б) Утро (с 6 до 12 часов)
- В) День (с 12 до 18 часов)
- Г) Вечер (с 18 до 24 часов)

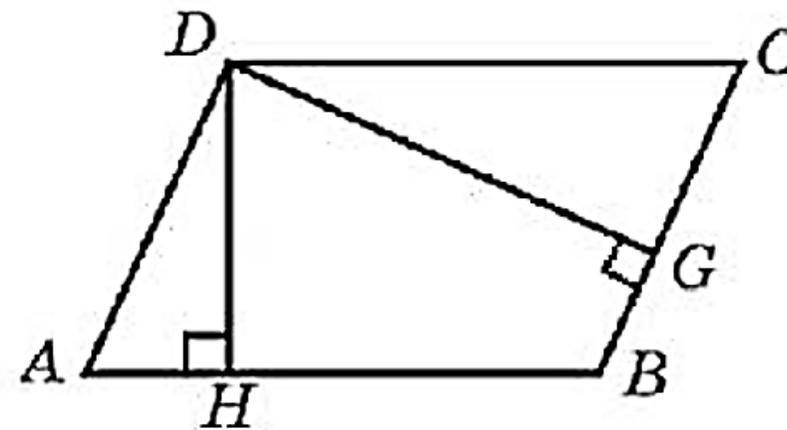
ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

- 1) Потребление падало
- 2) Потребление не росло
- 3) Рост потребления был наибольшим
- 4) Потребление было наименьшим

А	Б	В	Г

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

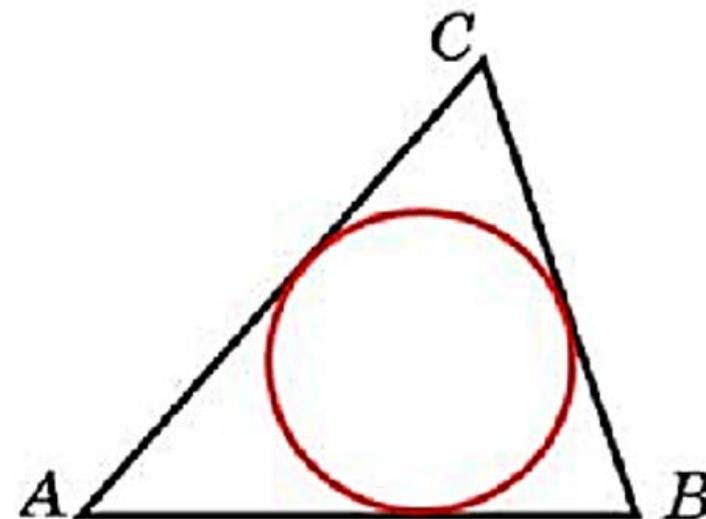
**Задание 15.** Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на другую сторону параллелограмма.



*Ответ: 6.*

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 15.** Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



*Ответ: 6.*

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 17.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  – центр основания,  $S$  – вершина,  $SO = 15$ ,  $BD = 16$ . Найдите боковое ребро  $SA$ .

*Решение.*

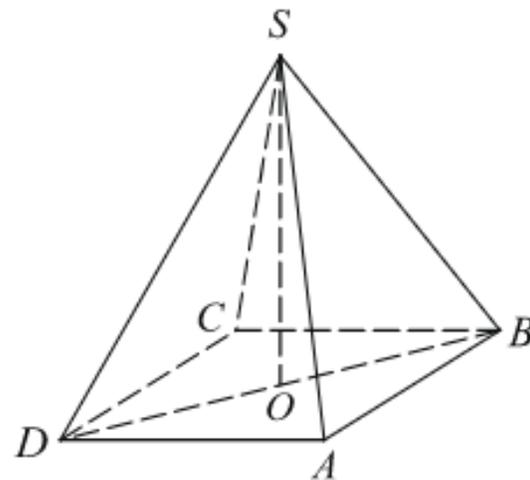
$SA=SB=SC=SD$  по свойству правильной пирамиды;  $DO = BD/2$ ;

□  $DSO$  :  $\angle DOS = 90^\circ$ , по теореме Пифагора,

$$SD = \sqrt{SO^2 + DO^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17.$$

$$SA = 17.$$

**Ответ: 17.**



Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

Номер задания	Тема задания	Уровень сложности	Максимальный балл
Алгебра			
1	Решение простейших уравнений	Б	1
4	Преобразование выражений	Б	1
9	Работа с функциями	Б	1
12	Решение уравнений	П	2
14	Решение неравенств	П	2
17	Задание с параметром	В	4
18	Задача на числа	В	4
Теория вероятностей и статистика			
2	Нахождение вероятности события	Б	1
10	Нахождение вероятности события	П	1

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

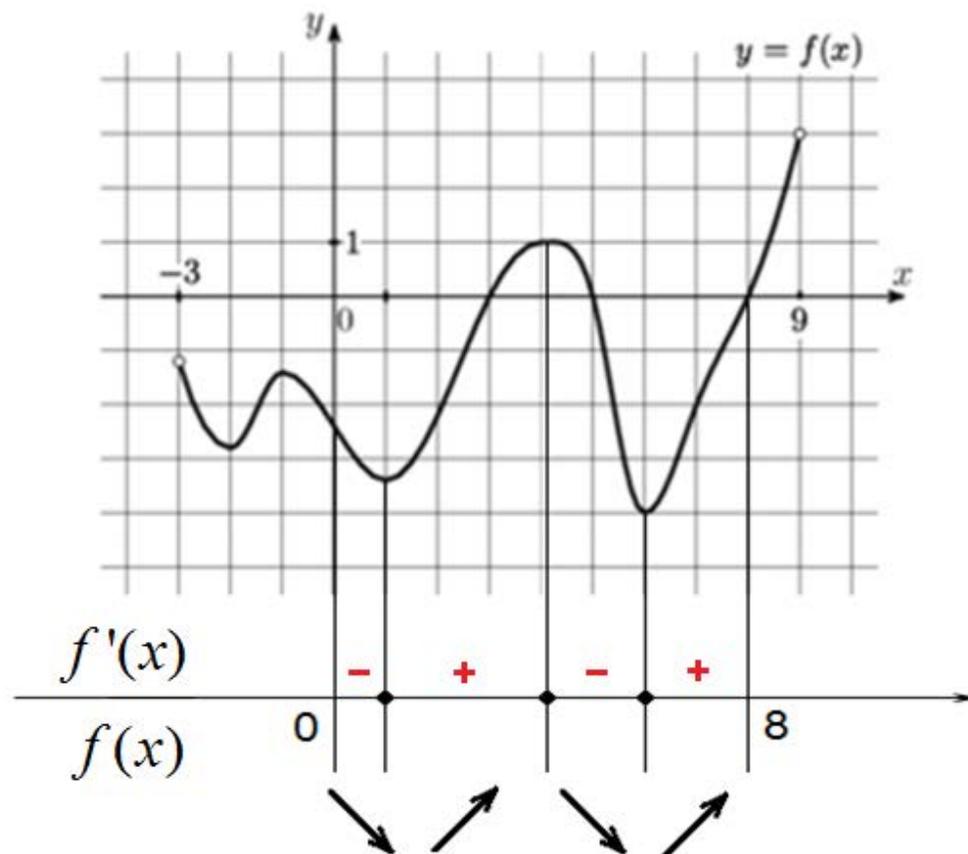
Номер задания	Тема задания	Уровень сложности	Максимальный балл
Геометрия			
3	Задача по планиметрии	Б	1
5	Задача по стереометрии	Б	1
13	Задача по стереометрии	П	3
16	Задача по планиметрии	П	3
Начала анализа			
6	Исследование функций, касательная	Б	1
11	Нахождение большего (наименьшего) значения функции. Точки максимума и минимума.	П	1

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

Номер задания	Тема задания	Уровень сложности	Максимальный балл
Практико-ориентированные задачи			
7	Расчет по формуле	П	1
8	Текстовая задача	П	1
15	Текстовая задача с экономическим содержанием	П	2

**Задание 6.**

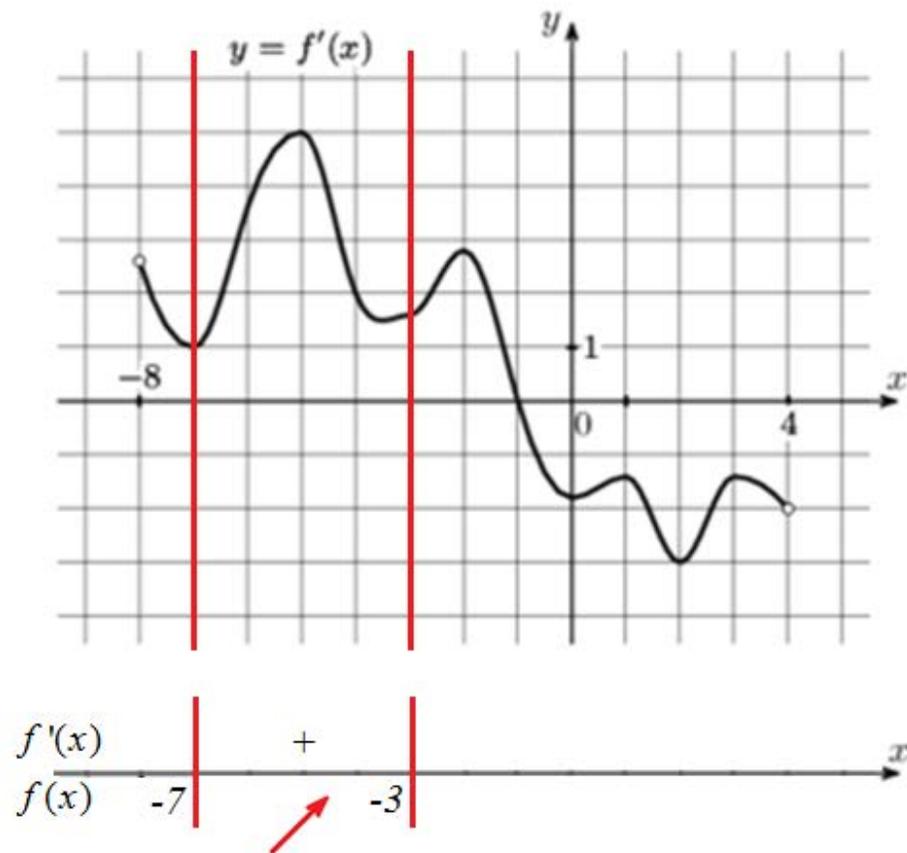
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 9)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[0; 8]$ .



**Ответ:** 3.

**Задание 6.**

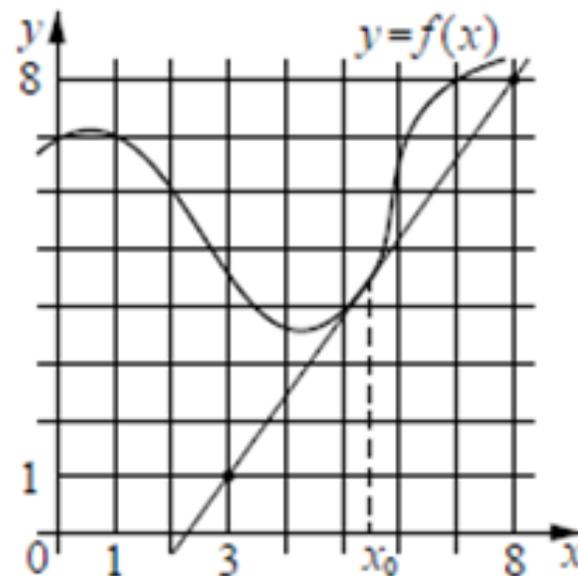
На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-8; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-7; -3]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



**Ответ: -7.**

**Задание 6.**

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**Ответ:** 1,4.

**Задание 11.**

Найдите наибольшее значение функции  $y = (x - 9)e^{10-x}$  на отрезке  $[-11; 11]$ .

***Решение.***

$$D(y) = R;$$

$$y' = e^{10-x} - (x - 9)e^{10-x};$$

$$D(y') = R;$$

$$e^{10-x}(10 - x) = 0;$$

$x = 10$  – критическая точка.

$$x \in [-11; 11]$$

$$y(-11) = -20e^{21} < 0$$

$$y(11) = 2e^{-1} < 1$$

$$y(10) = e^0 = 1.$$

***Проверка!***

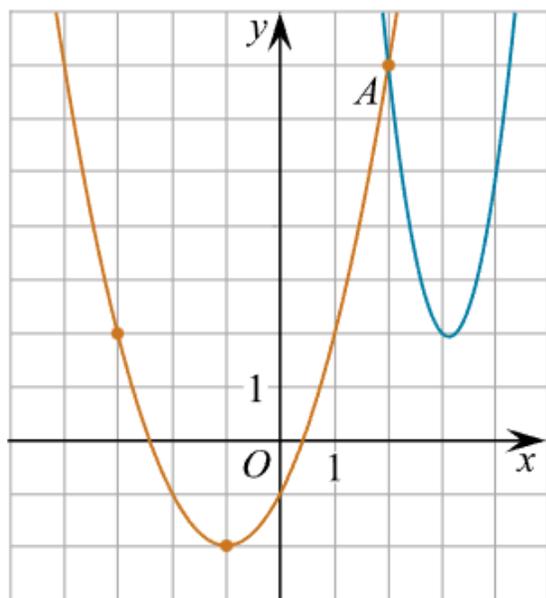
***Ответ:*** 1.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 9.** На рисунке изображены графики функций,

$f(x) = 4x^2 - 25x + 41$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ .

Найдите абсциссу точки  $B$ .



**Решение 1.**

$$g(x) = a(x+m)^2 - n, \text{ где } m=1, n=2;$$

$$g(x) = a(x+1)^2 - 2;$$

$$2 = a(-3+1)^2 - 2; a=1;$$

$$g(x) = x^2 + 2x - 1;$$

Находим точки пересечения:

$$x^2 + 2x - 1 = 4x^2 - 25x + 41;$$

$$x = 7; x = 2.$$

**Ответ: 7.**

**Решение 2.**

$$\begin{cases} -1 = \frac{-b}{2a}, \\ 2 = (-3)^2 a - 3b + c, \\ 7 = 2^2 a + 2b + c; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1, \\ b=2, \\ c=-1. \end{cases} \text{ Получили: } g(x) = x^2 + 2x - 1.$$

Находим точки пересечения:

$$x^2 + 2x - 1 = 4x^2 - 25x + 41;$$

$$x = 7; x = 2.$$

**Ответ: 7.**

## Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 10.** Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

*Решение.*

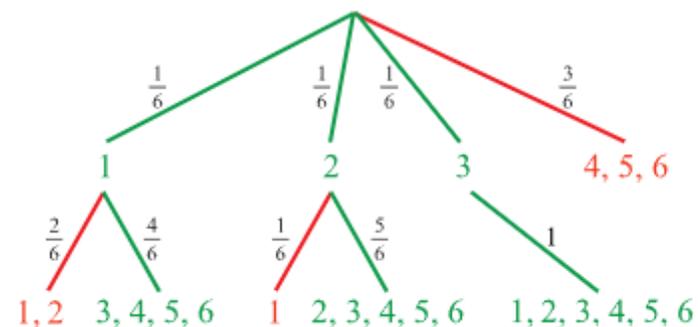
Вероятность того, что на одном из требуемых мест окажется чётное число, равна 0,5.

Следовательно, вероятность того, что на двух местах одновременно окажутся два чётных числа, равна  $0,5 \cdot 0,5 = 0,25$ .

Ответ: 0,25.

**Задание 10.** Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

*Решение.*



$$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{5}{36} \approx 0,139 \approx 0,14$$

Ответ: 0,14.

**Задание 12.**

а) Решите уравнение  $\cos(2\pi - 2x) + \sin^2 x = 0,25$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

**Решение.**

$$\cos(2\pi - 2x) + \sin^2 x = 0,25;$$

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,25;$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x = 0,25;$$

$$\cos^2 x = 0,25;$$

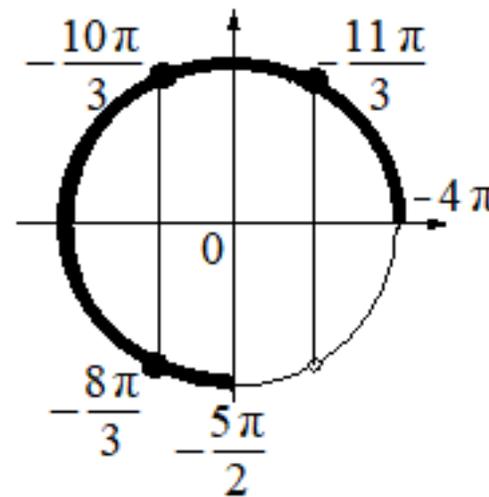
$$(\cos x - 0,5)(\cos x + 0,5) = 0$$

$$\cos x = 0,5 \text{ или } \cos x = -0,5;$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z, \text{ или } x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z;$$

**Ответ:** а)  $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z; x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$

б)  $-\frac{8\pi}{3}; -\frac{10\pi}{3}; -\frac{11\pi}{3}.$



### Задание 13.

В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит ромб  $ABCD$ , причём  $AB = BD$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $B_1 C_1$  и  $AB$  соответственно.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $MND_1$  — многоугольник с прямым углом при вершине  $D_1$ .

б) Найдите площадь указанного сечения, если  $AB = 4$  и  $AA_1 = \sqrt{3}$ .

### Размышления...

Обозначим плоскость  $MND_1$  через  $\alpha$ .

1)  $D_1 M = \alpha \cap (A_1 D_1 C_1)$ ;

2)  $KN = \alpha \cap (ADC)$ ;

3)  $D_1 M \perp KN$  как прямые пересечения двух параллельных плоскостей третьей;

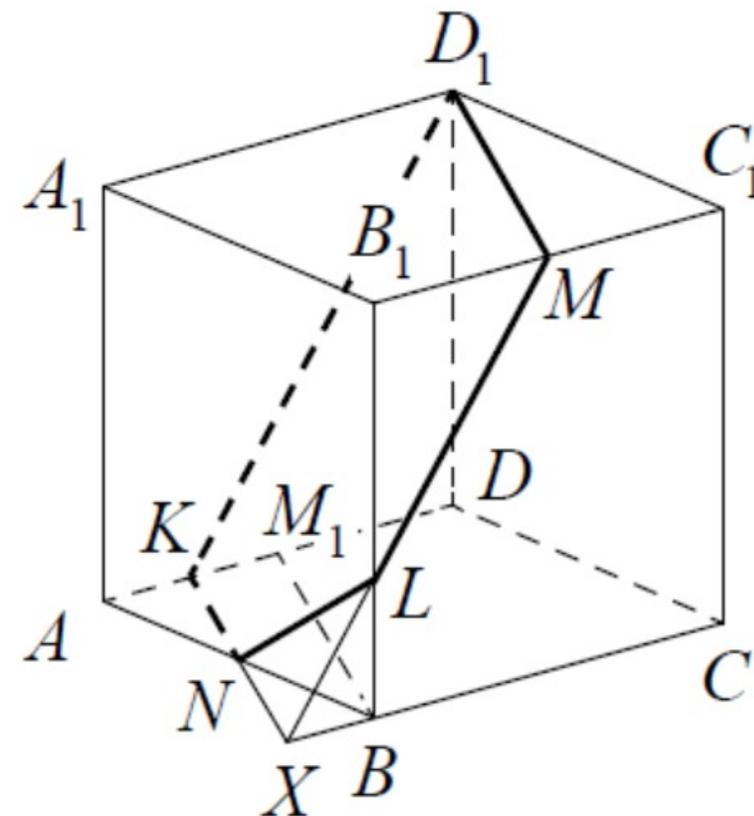
4)  $D_1 K = \alpha \cap (A_1 D_1 D)$ ;

5)  $ML = \alpha \cap (BCC_1)$ ;

6)  $ML \perp KD_1$  как прямые пересечения двух параллельных плоскостей третьей;

7)  $NL = \alpha \cap (A_1 AB)$ ;

Сечение  $D_1 KNLM$ .



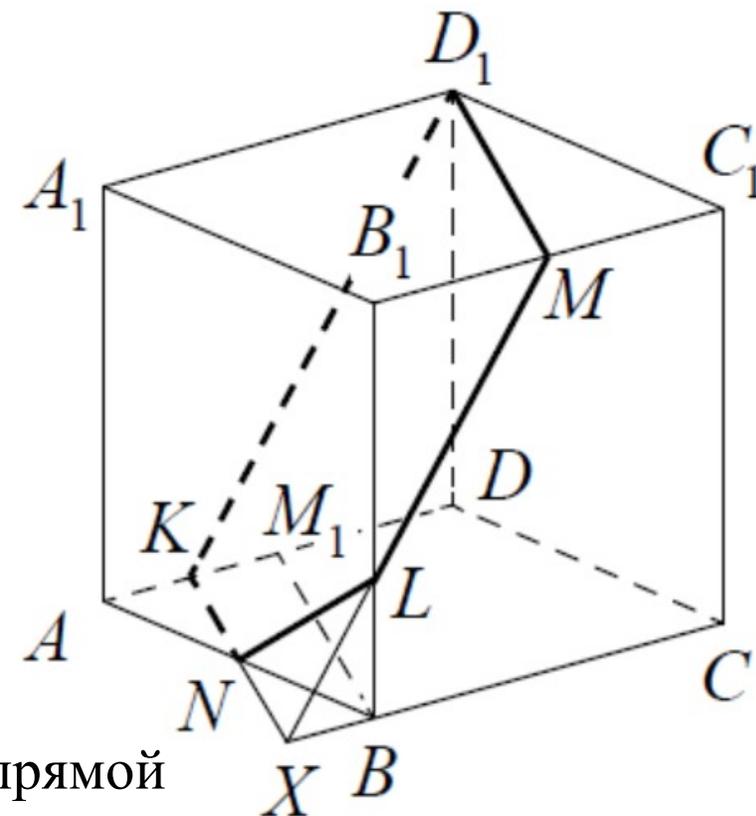
В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит ромб  $ABCD$ , причём  $AB = BD$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $B_1 C_1$  и  $AB$  соответственно.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $MND_1$  — многоугольник с прямым углом при вершине  $D_1$ .

б) Найдите площадь указанного сечения, если  $AB = 4$  и  $AA_1 = \sqrt{3}$ .

### Пункт а. Решение 1.

- 1)  $\square D_1 B_1 C_1$  :  $D_1 B_1 = D_1 C_1$ ,  $D_1 M$  медиана – высота;
- 2)  $D_1 M \perp C_1 B_1$ ;
- 3)  $D_1 M \perp C_1 C$ , т.к.  $C_1 C \perp (D_1 B_1 C_1)$  и  $D_1 M \subset (D_1 B_1 C_1)$ ;
- 4)  $D_1 M \perp (BB_1 C_1)$  по признаку перпендикулярности прямой и плоскости;
- 5)  $D_1 M \perp ML$  по определению прямой, перпендикулярной плоскости;
- 7)  $ML \square D_1 K$  по построению сечения;
- 8)  $D_1 M \perp D_1 K$ .  $\angle K D_1 M = 90^\circ$ .



В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит ромб  $ABCD$ , причём  $AB = BD$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $B_1 C_1$  и  $AB$  соответственно.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $MND_1$  — многоугольник с прямым углом при вершине  $D_1$ .

б) Найдите площадь указанного сечения, если  $AB = 4$  и  $AA_1 = \sqrt{3}$ .

### Пункт а. Решение 2.

Выразим векторы  $\overrightarrow{D_1 K}$  и  $\overrightarrow{D_1 M}$  через  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AA_1}$ ;

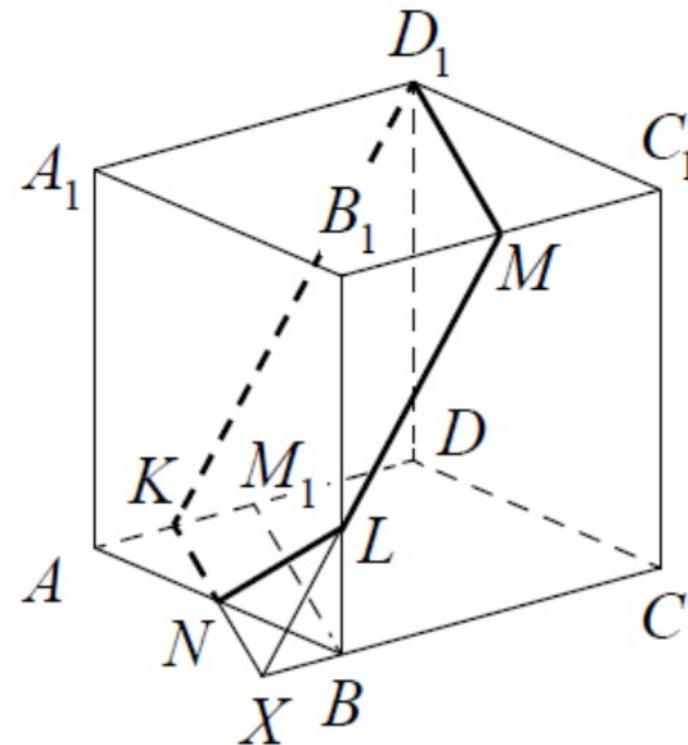
$$\overrightarrow{D_1 K} = \overrightarrow{D_1 A_1} + \overrightarrow{A_1 A} + \overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AD} = -\frac{3}{4} \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1};$$

$$\overrightarrow{D_1 M} = \overrightarrow{D_1 C_1} + \overrightarrow{C_1 M} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AD};$$

$$\overrightarrow{D_1 K} \cdot \overrightarrow{D_1 M} = \left( -\frac{3}{4} \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1} \right) \cdot \left( \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} \right) = -\frac{3}{4} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{3}{8} \overrightarrow{AD}^2 + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AD} =$$

$$= -\frac{3}{4} AD^2 \cdot \cos \angle DAB - AB \cdot AA_1 \cdot \cos \angle A_1 AB + \frac{3}{8} AD^2 + \frac{1}{2} AA_1 \cdot AD \cdot \cos \angle A_1 AD = -\frac{3}{4} AD^2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{8} AD^2 = 0.$$

$$\angle KD_1 M = 90^\circ.$$



Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит ромб  $ABCD$ , причём  $AB = BD$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $B_1 C_1$  и  $AB$  соответственно.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $MND_1$  — многоугольник с прямым углом при вершине  $D_1$ .

б) Найдите площадь указанного сечения, если  $AB = 4$  и  $AA_1 = \sqrt{3}$ .

**Пункт б. Решение.**

$$S_{KD_1MLN} = S_{KD_1MX} - S_{LXN} = KD_1 \cdot D_1M - \frac{1}{2} XN \cdot XL;$$

$KD_1MX$  — параллелограмм по построению;

Т.к.  $\angle KD_1M = 90^\circ$ , то  $KD_1MX$  — прямоугольник по определению

$$\square D_1KD : \angle D_1DK = 90^\circ, \quad D_1K = \sqrt{D_1D^2 + DK^2} = \sqrt{D_1D^2 + \left(\frac{3}{4}AD\right)^2} = 2\sqrt{3} \quad \text{по теореме Пифагора;}$$

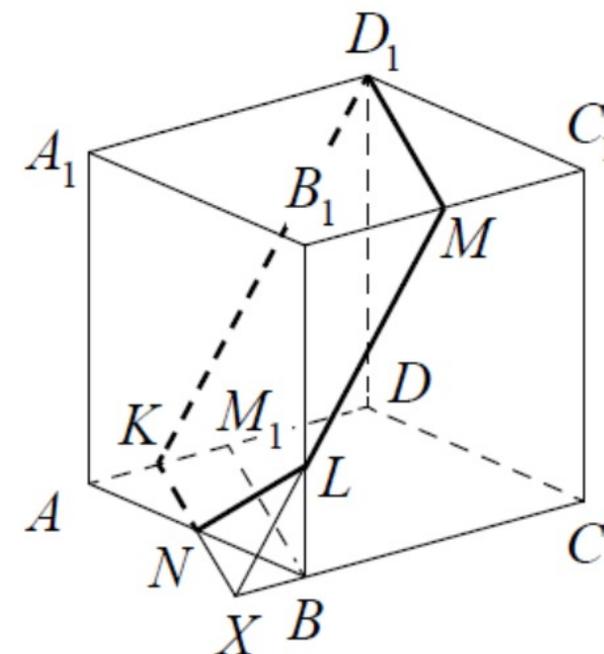
$$\square D_1MC_1 : \angle D_1MC_1 = 90^\circ, \quad D_1M = \sqrt{D_1C_1^2 - C_1M^2} = 2\sqrt{3} \quad \text{по теореме Пифагора;}$$

$$\square NXB = \square NKA \quad \text{по гипотенузе и острому углу;} \quad XN = KN = 0,5 \cdot D_1M = \sqrt{3};$$

$$\square LXB = \square LMB_1 \quad \text{по двум углам;} \quad \frac{XB}{MB_1} = \frac{BL}{B_1L} = \frac{XL}{ML} = \frac{1}{2}; \quad XL = 0,5 \cdot ML = 0,5 \cdot \sqrt{B_1L^2 + B_1M^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3};$$

$$S_{KD_1MLN} = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = 12 - 1 = 11.$$

**Ответ:** 11.



Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

**Задание 14.**

Решите неравенство

$$x^2 \log_{243} (4 - x) \leq \log_3 (x^2 - 8x + 16).$$

**Решение 1.**

$$\frac{x^2}{5} \log_3 (4 - x) - 2 \log_3 |4 - x| \leq 0 \quad \text{при } 4 - x > 0.$$

$$\log_3 (4 - x) \left( \frac{x^2}{5} - 2 \right) \leq 0;$$

Нули левой части:

$$x = 3; \quad x = -\sqrt{10}; \quad x = \sqrt{10};$$

На ОДЗ, т.е. на луче  $x < 4$ , применим метод интервалов.



**Мысли, рассуждения...**

$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2 = (4 - x)^2$ ,  
что больше 0 при любом  $x$ , кроме 4;

$$243 = 3^5;$$

$$\log_{a^k} b^n = \frac{n}{k} \log_a b; \text{ при } a > 0, a \neq 1, b > 0.$$

Получим:  $-\sqrt{10} \leq x \leq 3, \quad \sqrt{10} \leq x < 4.$

**Ответ:**  $[-\sqrt{10}; 3] \cup [\sqrt{10}; 4).$

Решите неравенство  $x^2 \log_{243}(4-x) \leq \log_3(x^2 - 8x + 16)$ .

**Решение 2.**

$$\frac{x^2}{5} \log_3(4-x) - 2 \log_3|4-x| \leq 0 \quad \text{при } 4-x > 0.$$

$$\log_3(4-x) \left( \frac{x^2}{5} - 2 \right) \leq 0;$$

$$(3-x)(4-x-1)(x^2-10) \leq 0;$$

$$(3-x)(x-\sqrt{10})(x+\sqrt{10}) \leq 0;$$

Нули левой части:  $x = 3$ ;  $x = -\sqrt{10}$ ;  $x = \sqrt{10}$ ;

На ОДЗ, т.е. на луче  $x < 4$ , применим метод интервалов.



**Мысли, рассуждения...**

$x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2 = (4-x)^2$ ,  
что больше 0 при любом  $x$ , кроме 4;

$$243 = 3^5;$$

$$\log_{a^k} b^n = \frac{n}{k} \log_a b; \text{ при } a > 0, a \neq 1, b > 0.$$

Получим:  $-\sqrt{10} \leq x \leq 3$ ,  $\sqrt{10} \leq x < 4$ .

**Ответ:**  $[-\sqrt{10}; 3] \cup [\sqrt{10}; 4)$ .

## Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

### Задание 15.

В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн. руб. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года.
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга.
- в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остается равным 4,2 млн. руб.
- суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.

Найдите  $r$ , если долг выплачен полностью и общие выплаты составили 6,1 млн. рублей.

### Решение.

Пусть

$\frac{r}{100}$  процентная

ставка в долях;

$k = 1 + \frac{r}{100}$ ;

$a$  (руб.) – выплата

в 2020г. и 2021г.

Год	Долг с процентами	Выплата	Остаток долга
2017	$4,2k$	$4,2k-4,2$	4,2
2018	$4,2k$	$4,2k-4,2$	4,2
2019	$4,2k$	$4,2k-4,2$	4,2
2020	$4,2k$	$a$	$4,2k-a$
2021	$(4,2k-a)k$	$a$	$(4,2k-a)k-a$
		6,1	0

$$\begin{cases} 3 \cdot 4,2(k-1) + 2a = 6,1, \\ (4,2k - a)k - a = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{4,2k^2}{k+1}, \\ 12,6(k-1) + \frac{8,4k^2}{k+1} - 6,1 = 0. \end{cases}$$

$$12,6(k^2 - 1) + 8,4k^2 - 6,1(k+1) = 0;$$

$$210k^2 - 61k - 187 = 0;$$

$$D = 61^2 + 4 \cdot 210 \cdot 187 = 160801 = 401^2;$$

$$k = \frac{61+401}{420} = 1,1; k = \frac{61-401}{420} < 0;$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1,1; r = 10.$$

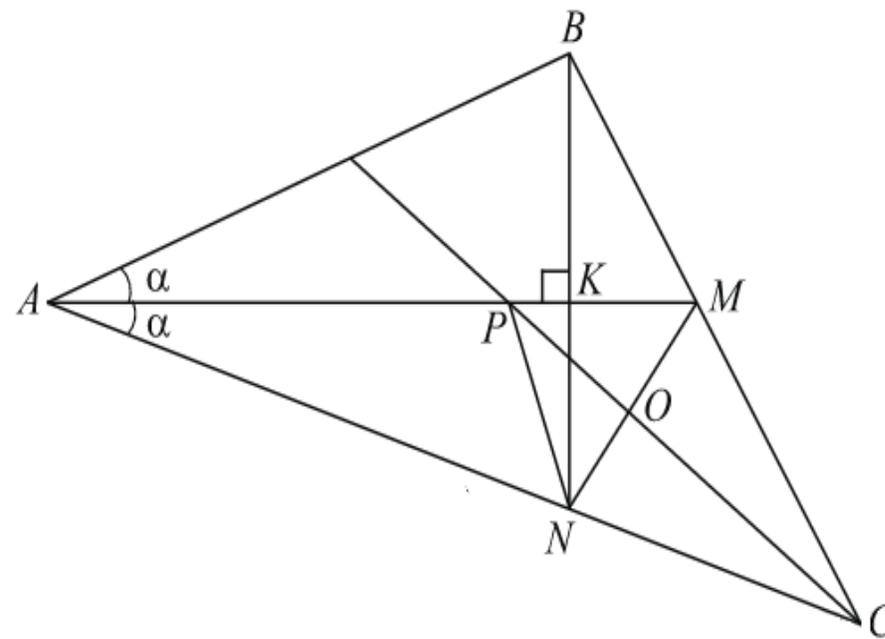
Ответ: 10.

### Задание 16.

В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AM$ . Прямая, проходящая через вершину  $B$  перпендикулярно  $AM$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ .  $AB = 6$ ;  $BC = 5$ ;  $AC = 9$ .

- Докажите, что биссектриса угла  $C$  делит отрезок  $MN$  пополам;
- Пусть  $P$  — точка пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ . Найдите отношение  $AP:PN$ .

*Размышления...*



Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

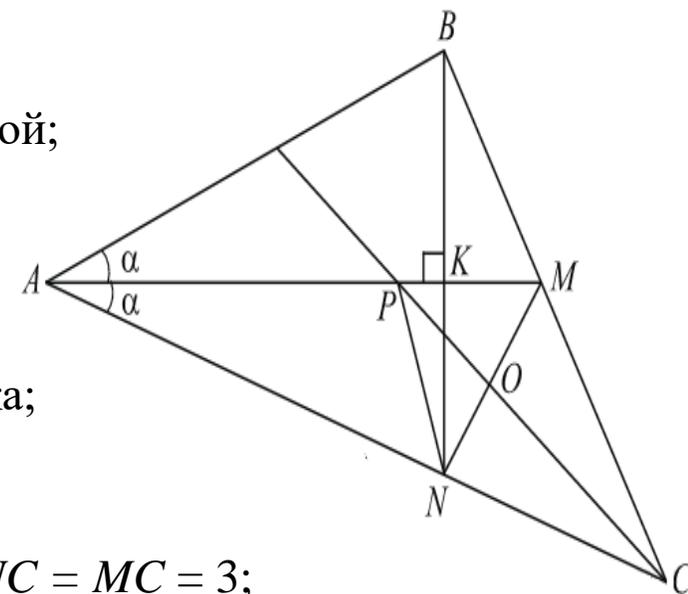
В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AM$ . Прямая, проходящая через вершину  $B$  перпендикулярно  $AM$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ .  $AB = 6$ ;  $BC = 5$ ;  $AC = 9$ .

- а) Докажите, что биссектриса угла  $C$  делит отрезок  $MN$  пополам.  
 б) Пусть  $P$  — точка пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ . Найдите отношение  $AP$ :  
 $PN$ .

**Решение.** (пункт а)

- 1) Пусть  $AM \cap BN = K$ .
- 2)  $\triangle ABN$  равнобедренный, так как в нём биссектриса  $AK$  является высотой;
- 3)  $BK = KN$ , т.к.  $AK$  — медиана  $\triangle ABN$ ;
- 4)  $AN = AB = 6$ , по определению равнобедренного треугольника;
- 5)  $NC = AC - AN = 3$ ;
- 6)  $\triangle ABC$ :  $AB : AC = BM : MC$ , по свойству биссектрисы угла треугольника;  

$$\frac{BM}{5 - BM} = \frac{6}{9}; 3BM = 10 - 2BM; BM = 2; MC = 3;$$
- 7)  $\triangle MNC$  — равнобедренный (по определению) с основанием  $MN$ , т. к.  $NC = MC = 3$ ;
- 8) биссектриса  $CO$  угла  $NCM$  — медиана  $\triangle CMN$ , по свойству равнобедренного треугольника;
- 9) т.о. биссектриса угла  $C$  делит отрезок  $MN$  пополам.

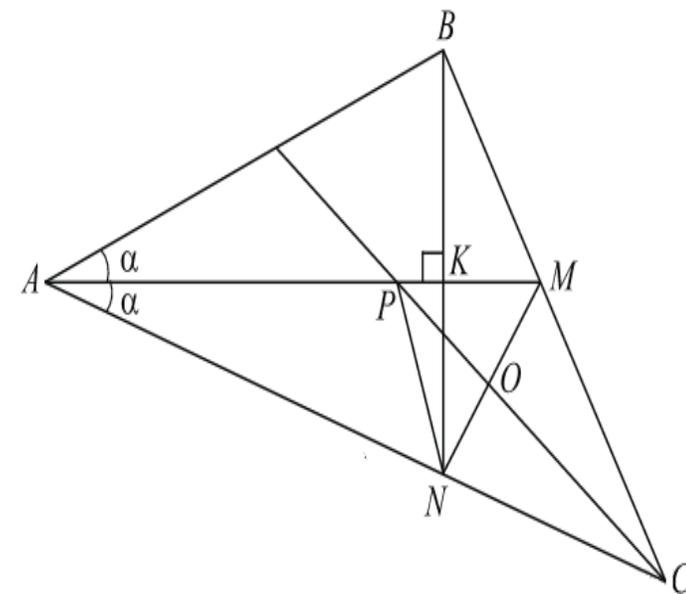


В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AM$ . Прямая, проходящая через вершину  $B$  перпендикулярно  $AM$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ .  $AB = 6$ ;  $BC = 5$ ;  $AC = 9$ .

- докажите, что биссектриса угла  $C$  делит отрезок  $MN$  пополам;
- пусть  $P$  — точка пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ . Найдите отношение  $AP:PN$ .

**Решение.** (пункт б)

- Пусть  $AM \cap CO = P$ ;
- биссектриса  $CO$  треугольника  $MCN$  — высота, по свойству равнобедренного треугольника;
- $\triangle PMN$  — равнобедренный, так как в нём высота  $PO$  является медианой;
- $PN = PM$ , по определению равнобедренного треугольника;
- $AP : PN = AP : PM$ ;
- $\triangle ACM$ :  $AP : PM = AC : CM$ , по свойству биссектрисы угла треугольника;  $AP : PM = 9:3 = 3:1$ .



**Ответ:** 3:1.

**Задание 17.**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $a \cdot 4^x + (3a - 2) \cdot 2^x + (a + 1) = 0$  имеет единственный корень.

***Размышления.***

Пусть  $t = 2^x$ , тогда получим уравнение  $at^2 + (3a - 2)t + (a + 1) = 0$ , где  $t > 0$ .

При  $a = 0$  получаем линейное уравнение  $-2t + 1 = 0$ ;

При  $a \neq 0$  получаем квадратное уравнение  $at^2 + (3a - 2)t + (a + 1) = 0$

Искомое уравнение будет иметь единственный корень, если:

- 1) линейное уравнение имеет положительный корень;
- 2) квадратное уравнение имеет единственный корень, и он положительный;
- 3) квадратное уравнение имеет два корня, но один из них положительный, а другой отрицательный;
- 4) квадратное уравнение имеет два корня, но один из них положительный, а другой 0.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $a \cdot 4^x + (3a - 2) \cdot 2^x + (a + 1) = 0$  имеет единственный корень.

**Решение.** Пусть  $t = 2^x$ , где  $t > 0$ , тогда искомого уравнение имеет единственный корень при условии, что уравнение  $at^2 + (3a - 2)t + (a + 1) = 0$  имеет единственный положительный корень.

При  $a = 0$  получим  $-2t + 1 = 0$ ,  $t = 0,5 > 0$  – линейное уравнение имеет положительный корень

При  $a \neq 0$ ,  $D = (3a - 2)^2 - 4a(a + 1) = 9a^2 - 12a + 4 - 4a^2 - 4a = 5a^2 - 16a + 4$ ;

$D = 0$  и  $t > 0$ : квадратное уравнение имеет единственный корень, и он положительный

$$5a^2 - 16a + 4 = 0; \frac{D}{4} = 64 - 20 = 44;$$

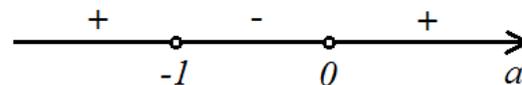
$$a = \frac{8 + 2\sqrt{11}}{5} \text{ или } a = \frac{8 - 2\sqrt{11}}{5};$$

$$\text{при } a = \frac{8 + 2\sqrt{11}}{5} \quad t = \frac{1 - \sqrt{11}}{2} < 0;$$

$$\text{при } a = \frac{8 - 2\sqrt{11}}{5} \quad t = \frac{1 + \sqrt{11}}{2} > 0.$$

$t_1 \cdot t_2 < 0$ : квадратное уравнение имеет корни разных знаков

$$\frac{a+1}{a} < 0;$$



$$-1 < a < 0.$$

$t_1 = 0, t_2 > 0$ : квадратное уравнение имеет два корня, но один из них положительный, а другой 0.

$$\begin{cases} a + 1 = 0, \\ \frac{-3a + 2}{a} > 0; \end{cases} \begin{cases} a = -1, \\ \frac{-3 \cdot (-1) + 2}{-1} > 0 \text{ неверно} \end{cases}$$

**Ответ:**  $a \in (-1; 0]; \frac{8 - 2\sqrt{11}}{5}$ .

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике,  
используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

### Задание 18.

На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 2.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 216?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равна 330?
- в) Какое наибольшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1164?

*Размышления...*

12; 42; 72; 102; 132; 162; 192; 222; ...

## Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 2.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 216?

### *Решение.*

Да.

Пример:  $162 + 42 + 12 = 216$  – верно;

Пример:  $12 + 72 + 132 = 216$  – верно.

*Ответ:* да.

### *Размышления...*

12; 42; 72; 102; 132; 162; 192; 222...

$222 > 216$  – нет;

$216 - 192 = 24$  – нет;

$216 - 162 = 54$ ;  $54 - 42 = 12$ ;  $12 - 12 = 0$ .

## Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 2.

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 330?

### *Решение.*

Чтобы в сумме на конце получился 0, количество слагаемых, оканчивающихся на два, должно быть кратно 5. Рассмотрим сумму пяти самых маленьких таких чисел:

$$12 + 42 + 72 + 102 + 132 = 360; 360 > 330;$$

т.к. 360 – это сумма пяти самых маленьких чисел, которые могут быть написаны на доске, то получить сумму меньшую невозможно.

Сумма 330 быть не может.

### *Размышления...*

12; 42; 72; 102; 132; 162; 192; 222;...

Чтобы в сумме на конце получился 0, количество слагаемых, оканчивающихся на два, должно быть кратно 5.

**Ответ:** нет.

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 2.

в) Какое наибольшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1164?

**Решение.**

если  $n = 12$ , то

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n, \text{ где } a_1 = 12, d = 30;$$

значит,  $n < 12$ ; при  $n = 7$

$$S = \frac{2 \cdot 12 + 30 \cdot 6}{2} \cdot 7 = (24 + 180) \cdot 7 = 204 \cdot 7 = 1428 > 1164;$$

пример:

$$12 + 42 + 72 + 102 + 132 + 162 + 192 = 702$$

**Ответ:** 7.

**Размышления...**

Число слагаемых	$1+5n$	$2+5n$	$3+5n$	$4+5n$	$5n$
Сумма оканчивается на	2	4	6	8	0

Сумма оканчивается на 4 при количестве слагаемых, равном  $2; 7; 12; \dots; (2 + 5n)$ , где  $n = 0; 1; 2; 3 \dots$

Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 2.

в) Какое наибольшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1164?

**Решение.**  $S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ , где  $a_1 = 12, d = 30$ ;

если  $n = 12$ , то

$$S = \frac{2 \cdot 12 + 30 \cdot 11}{2} \cdot 12 = (24 + 330) \cdot 6 = 2124 > 1164;$$

значит,  $n < 12$ ; при  $n = 7$

пример:

$$12 + 42 + 72 + 102 + 132 + 162 + 642 = 1164.$$

**Размышления...**

Каждое число из условия можно представить в виде  $5k + 2$ ;

пусть число слагаемых  $n$ ;  $n \in N$ ;

$$1164 = 5m + 2n;$$

$2n$  при делении на 5 дает остаток 4, а

$n$  – остаток 2; значит  $n = 5p + 2$ , где

$p = 0; 1; 2 \dots$

**Ответ:** 7.

## Разбор контрольно-измерительных материалов по математике, используемых в процедуре ЕГЭ в 2022 году

### Умения

- решать уравнения и неравенства;
- выполнять вычисления и преобразования;
- выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- выполнять действия с функциями;
- строить и исследовать простейшие математические модели;
- использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

**АДРЕС: РОССИЯ, МОСКВА,  
УЛ. МАРШАЛА ТУХАЧЕВСКОГО, Д. 43 КОРП. 1**

**E-MAIL: MCSKO@MGPU.RU**

**САЙТ ЦЕНТРА:**

